

DIMENSIONAMENTO ECONOMICO DI UN ACQUEDOTTO CONSORTILE CON SOLLEVAMENTO MECCANICO

IGNAZIO MANTICA (*)

SOMMARIO: Viene preso in esame il caso in cui la fonte di approvvigionamento si trovi a quota tale da rendere necessario il sollevamento meccanico, per cui assume importanza, dal punto di vista dell'economia, il problema della quota alla quale costruire il serbatoio. Si risolve il problema nelle $N + M + 1$ incognite tramite le equazioni di economia associate alle condizioni idrauliche. Viene riportato un esempio numerico.

Résumé: On examine le cas où la source d'approvisionnement est placée si bas qu'il faut soulever mécaniquement l'eau. Le problème de l'altitude pour la construction du réservoir est très important du point de vue de l'économie. Le problème est résolu dans les $N + M + 1$ inconnues par les équations d'économie avec les équations hydrauliques de condition. Un exemple numérique est rapporté.

Summary: The case has been considered in which the source of supply is placed so low that it might be necessary the lifting-gear. Therefore it gets very important, as far as economy is concerned the problem of the altitude one builds the tank. The problem is solved by the $N + M + 1$ quantities, through the economy equations together with the hydraulic conditions. A numerical example has been shown.

Zusammenfassung: Es wird der Fall geprüft, in welchen die Versorgungsquelle so niedergelghen ist, dass das mechanische Aufheben notwendig wird.

Hinsichtlich der Wirtschaft wird die Frage der Höhe sehr bedeutend, worauf der Tank aufgebaut wird. Diese Frage wird in den $N + M + 1$ Unbekannten mit den Wirtschaftlichkeitsgleichungen zusammen mit den hydraulischen Zuständen gelöst.

Es wird eine numerische Erklärung gegeben.

1. — Il problema del dimensionamento di un acquedotto si presenta spesso, al progettista, sotto l'aspetto della ricerca della soluzione più economica, ciò si verifica in particolare:

- nel caso di dimensionamento di rete di distribuzione con serbatoio di compenso giornaliero;
- nel caso di adduttrice con varie diramazioni (schema dell'acquedotto consortile).

L'aspetto economico del problema, relativo al primo caso — rete distributiva — è già risolto sia che la quota del serbatoio di compenso sia prefissata [1] [3] [4] [5] che riguardata come variabile [2]; invece, per quanto riguarda il secondo, questo è risolto ⁽¹⁾ solo quando siano prefissate le quote piezometriche di estremità [1] [3] [4].

Con la presente *Nota* si intende risolvere un problema del secondo tipo nella ipotesi che si possa riguardare come variabile anche la quota piezometrica di partenza, si intende quindi dare soluzione

(*) Assistente Ordinario — Facoltà di Ingegneria — Università di Ancona.

(1) Nel caso di acquedotto consortile il dimensionamento economico è tale che, per ciascun nodo della rete, si verifichi che la somma delle derivate parziali

$$\frac{\partial c}{\partial J}$$

(c = costo — per metro lineare — della tubazione; J = pendenza piezometrica) relative alle tubazioni convergenti nel nodo sia eguale alla analoga somma per le tubazioni divergenti (con il termine convergenti si sono indicati i tratti di tubazione nei quali l'acqua scorre verso il nodo e con divergenti quei tratti nei quali l'acqua si allontana dal nodo).

al problema del dimensionamento economico di un acquedotto consortile che, dopo aver sollevato l'acqua ad un serbatoio S , alimenti N serbatoi S_n (p. es. preesistenti) posti a quota nota.

Un tale schema è quello di fig. 1.

2. — Le incognite del problema che ci si propone di risolvere sono $N + M + 1$, dove:

— M è il numero dei tratti delle tubazioni adduttrici che sono percorse da acque che alimentano almeno due serbatoi (evidentemente M è anche il numero dei nodi della rete); le M incognite saranno quindi i diametri ⁽²⁾ delle tubazioni di tali tratti.

— N è il numero dei tratti di rete nei quali l'acqua scorre verso un sol serbatoio S_n (N è anche il numero dei serbatoi); le N incognite saranno quindi i diametri ⁽²⁾ delle tubazioni di tali tratti;

— l'altra incognita è la quota del serbatoio S ⁽³⁾.

Per la soluzione del problema si dispone:

— di N equazioni di condizioni idrauliche espresse dalle:

$$Y_n = \sum_{i=1}^{I_n} J_i L_i \quad (1)$$

dove:

$$Y_n = H_s - H_n \quad (2)$$

H_s ed H_n sono rispettivamente le quote ⁽⁴⁾ dei serbatoi S ed S_n ; I_n indica l'insieme dei tratti di tubazione percorsi dall'acqua che da S perviene in S_n , i è il generico di tali tratti;

— di $M + 1$ equazioni di economia, una per ciascuno degli M tratti (o degli M nodi), ed una per la posizione altimetrica del serbatoio.

Il problema è pertanto determinato.

Per ognuno degli $N + M$ tratti di tubazione, indicato ora genericamente con j , il suo costo sarà espresso dalla:

$$c_j L_j \quad (3)$$

dove c_j è il costo per unità di lunghezza, della tubazione del j -esimo tratto, detto costo è funzione tramite i coefficienti a e ν di cui alla seguente formula (4), del materiale di cui essa è costruita e della pressione per la quale ne è stato determinato lo spessore; si ricorda che c ha espressione:

$$c = a D^\nu, \quad (4)$$

L_j è la lunghezza del relativo tratto.

⁽²⁾ Nel seguito anzicchè considerare i diametri quali incognite saranno considerate tali le relative pendenze piezometriche.

⁽³⁾ Nella ipotesi che ad ogni nodo converga una sola tubazione e ne divergano due è facile verificare che $M = N - 1$

per cui il numero totale delle incognite sarà $2N$; il valore di M sarà, altrimenti, di tante unità inferiori ad $N-1$ quante saranno le tubazioni, in numero superiore a due, che da ciascun nodo divergono.

⁽⁴⁾ Tutte le quote sono relative ad un piano di riferimento passante per il pelo libero, in condizioni dinamiche, della fonte di approvvigionamento, inoltre le quote H_s ed H_n sono misurate a partire dalla posizione della tubazione nei relativi serbatoi. Si fa notare che la quota H_s a rigore dovrebbe essere misurata, per le (2) dal pelo libero dell'acqua nel serbatoio S e, per la (6) dalla posizione della tubazione che immette l'acqua nel serbatoio, per cui, rispettivamente, nella (2) e nella (6) al posto di H_s dovrebbe essere:

$$H_s + h \quad \text{e} \quad H_s + \delta;$$

tuttavia, interessando, per la soluzione, solo le derivate parziali della (2) e della (6) rispetto ai J ed H_s , risulta ininfluente l'approssimazione fatta sul valore di H_s , infatti h è indipendente dai J e da H_s , variando solo in funzione della richiesta d'acqua durante l'esercizio, mentre δ è una costante.

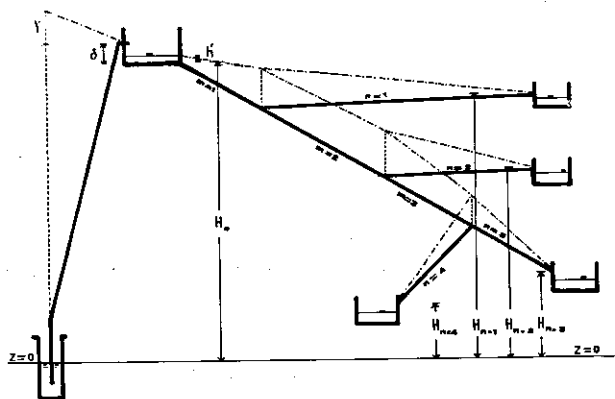


FIG. 1.

Il costo di tutta la rete consortile sarà ⁽⁵⁾ dunque pari a:

$$C_T = \sum_{n=1}^N c_n L_n + \sum_{m=1}^M c_m L_m \quad (5)$$

a tale costo deve aggiungersi, per l'applicazione del criterio di massima economia, il costo di esercizio, o meglio, la parte di esso direttamente dipendente dal dimensionamento dell'impianto, usualmente si adopera, per tali calcoli, il costo della energia necessaria, nell'arco di un anno, al sollevamento dell'acqua, cioè:

$$C_E = \frac{9,8 Q_0 (H_s + Y) T c_{kwh}}{\eta} \quad (6)$$

dove:

Y e Q_0 sono, rispettivamente, le perdite di carico e la portata nella tubazione adduttrice della fonte al serbatoio S ;

T è il numero di ore di funzionamento, nell'anno, dell'impianto;

c_{kwh} è il costo del kWh di energia;

η è il rendimento dell'impianto.

Il costo da minimizzare sarà dunque dato dalla espressione:

$$C = C_T r + C_E \quad (7)$$

dove r è un tasso che tenga conto della quota di ammortamento ed interessi del costo C_T nonché delle spese di manutenzione della rete.

Le $M + 1$ equazioni di economia saranno quindi espresse dalle:

$$\frac{\partial f(\dots, J_m, \dots, \dots, J_n, \dots, H_s)}{\partial J_m} = 0 \quad (8)$$

e dalla:

$$\frac{\partial f(\dots, J_m, \dots, \dots, J_n, \dots, H_s)}{\partial H_s} = 0 \quad (9)$$

dove:

$$f(J_{m=1}, \dots, J_m, \dots, J_{m=M}, J_{n=1}, \dots, J_n, \dots, J_{n=N}, H_s) = C + \sum_{n=1}^N \lambda_n \sum_{i=1}^{I_n} J_i L_i \quad (10)$$

le λ_n sono N costanti di condizione.

Osserviamo che nel secondo membro della (10) ciascun J relativo ad un determinato tratto è contenuto una sola volta nella espressione di C e tante volte nella espressione del secondo addendo quanti sono i serbatoi secondari S_n alimentati da acqua passante per il tratto in esame.

Eseguendo la (8) avremo:

$$\frac{\partial f}{\partial J_m} = \frac{\partial c_m}{\partial J_m} L_m r + L_m \sum \lambda_n = 0 \quad (11)$$

dove la somma è estesa ai λ_n relativi alle equazioni di condizioni idrauliche interessanti il tratto in esame e che sono tante quanti i serbatoi alimentati da acqua passante per il tratto stesso.

Si eseguono ora le derivate parziali della funzione f rispetto a ciascuna delle cadenti piezometriche $J_{m(u)}$ uscenti da ciascun nodo m ; osserviamo che ciascuna cadente $J_{m(u)}$ è contenuta nel

(5) Il costo della rete deve comprendere anche quello del tratto di tubazione dalla fonte di approvvigionamento al serbatoio S ma, come è facile riconoscere [2], ai fini del dimensionamento in argomento tale costo è ininfluenza, come del resto è ininfluenza, per il dimensionamento economico della tubazione adduttrice dalla fonte al serbatoio, il costo della rete a valle del serbatoio.

secondo membro della (8) una sola volta nella espressione di C e tante volte nel secondo addendo quanti sono i serbatoi secondari ai quali perviene acqua dalla tubazione stessa, ne segue, tenendo conto della (5):

$$\frac{\partial f}{\partial J_m(u)} = \frac{\partial c_m(u)}{\partial J_m(u)} L_m(u) r + L_m(u) \sum \lambda_n = 0 \quad (12)$$

dove ancora la $\sum \lambda_n$ è estesa alle costanti moltiplicative λ_n di quelle equazioni di condizioni idrauliche relative ai vari percorsi dell'acqua che passa per la tubazione in esame.

Semplificando le (11) e le (12) e sommando tra loro, di queste ultime, quelle relative allo stesso nodo m , si perviene alle:

$$r \sum \frac{\partial c_m(u)}{\partial J_m(u)} = - \sum \lambda_n \quad (13)$$

La somma indicata a secondo membro è estesa agli stessi elementi di cui alla analoga $\sum \lambda_n$ della (11), ne segue:

$$\frac{\partial c_m}{\partial J_m} = \sum \frac{\partial c_m(u)}{\partial J_m(u)} \quad (14)$$

Eseguiamo ora la (9), tenendo conto delle (5), (6) e (7) nonché della (1) e della (2):

$$\frac{\partial f}{\partial H_s} = \frac{9,8 Q_0 T c_{kw} h}{\eta} + \sum_{i=1}^N \lambda_n = 0 \quad (15)$$

Il sistema costituito dalla (1), (14) e (15) risolve completamente il problema (6).

Notiamo che le (14) ci riconducono alle equazioni di economia per gli acquedotti consortili, già ricordate al paragrafo 1; anche la (15) è già nota in quanto è la stessa espressione [2] che caratterizza la condizione di economia per il sistema serbatoio-rete di distribuzione cittadina.

La (11) scritta per il tratto di tubazione che dal serbatoio conduce al primo nodo diventa:

$$\left[\frac{\partial c}{\partial J} \right]_{m=1} r = \sum_{n=1}^N \lambda_n \quad (11')$$

che, confrontata con la (15), permette di giungere alla:

$$\left[\frac{\partial c}{\partial J} \right]_{m=1} = \frac{9,8 Q_0 T c_{kw} h}{\eta} \quad (16)$$

(6) Nelle espressioni delle (14), (15) e successivamente delle (16) e (19) è contenuta la

$$\frac{\partial c}{\partial J};$$

è importante ricordare che le stesse non sono equazioni di tipo differenziale ma delle equazioni algebriche, infatti dalla (4), ricordando che il legame $J = J(Q, D)$ si può esprimere tramite la (17), segue che:

$$C = a (b Q^a / J)^{r/\mu}$$

e quindi:

$$\frac{\partial c}{\partial J} = -a \frac{r}{\mu} (b Q^a)^{r/\mu} J^{-\frac{r+\mu}{\mu}}$$

Inoltre costruendo un grafico $c = c(J, Q)$ sul piano (c, J) — con c in ordinata e J in ascissa — si ottiene una famiglia di curve aventi due asintoti: l'asse delle ordinate e l'asse delle ascisse, rispettivamente, per $J \rightarrow 0$ e $J \rightarrow \infty$ e di parametro Q ; è possibile utilizzare detto grafico per le determinazioni di

$$\frac{\partial c}{\partial J}$$

necessarie alla applicazione del metodo di dimensionamento proposto.

e, tenendo conto della (4) e della:

$$J = b \frac{Q^a}{D^\mu} \quad (17)$$

si perviene per $m = 1$, alla:

$$J_{m-1} = \left[\frac{a \gamma \eta r (b Q^0)^{\nu/\mu}}{9,8 \mu Q_0 T c_{kw}} \right]^{\frac{\mu}{\nu + \mu}} \quad (18)$$

Applicando ora le (12) agli N tratti di tubazione terminali della rete si ha:

$$\left[\frac{\partial c}{\partial J} \right]_n = r \lambda_n \quad (19)$$

tramite la quale risulta definito ciascun valore di λ_n .

La ricerca dei valori di J , per tratti diversi da quello dal serbatoio S al primo nodo, conviene eseguirlo per tentativi (almeno nel caso di utilizzo dei tradizionali mezzi di calcolo).

3. — Applichiamo ora il criterio di dimensionamento esposto allo schema di fig. 1 con i dati di calcolo di cui alla tabella I, i vari tronchi della tubazione sono stati divisi per gruppi, un primo di tre tratti ($M = 3$) comprendente tubazioni che adducono acqua a più serbatoi, per tale gruppo sono riportate le portate, le lunghezze ed il materiale col quale dovrà essere realizzato quel tratto di acquedotto ed un secondo gruppo di quattro tratti ($N = 4$) nei quali l'acqua addotta confluisce in un sol serbatoio, per questi, oltre alle indicazioni di cui al precedente gruppo, la tabella I riporta anche la quota H_n del relativo serbatoio.

TABELLA I

Elementi di progetto

Tratti di tubazione alimentanti più serbatoi S_n				Tratti di tubazione alimentanti un sol serbatoio S_n				
m	Materiale	Q (m^3/s)	L (m)	n	Materiale	Q (m^3/s)	L (m)	H_n (m)
1	Acciaio	1,2	7.500	1	Fibro-cemento	0,2	18.500	75
2	Acciaio	1,0	14.000	2	Fibro-cemento	0,4	4.500	102
3	Fibro-cemento	0,6	5.000	3	Fibro-cemento	0,2	4.500	90
				4	Fibro-cemento	0,6	7.500	80

Rispettivamente per le tubazioni in fibrocemento ed in acciaio si sono adottati i seguenti valori per i coefficienti di cui alle (4) ed alla (16):

$$\begin{array}{llll} a = 64.000 & \gamma = 1,55 & a = 1,784 & \mu = 4,784 \\ a = 65.000 & \gamma = 1,27 & a = 2,000 & \mu = 5,300 \end{array}$$

La tabella II riporta il dimensionamento teorico (sono cioè riportati i diametri non commerciali) della rete nonché le quote piezometriche H_{m-1} ed H_m relative ai nodi a valle ed a monte della m -esima tubazione ed i valori di λ_n .

TABELLA II

Diametri teorici

Tratti di tubazione alimentanti più serbatoi S_n				Tratti di tubazione alimentanti un sol serbatoio S_n		
m	D (m)	H_{m-1} (m)	H_m (m)	n	D (m)	λ_n (€)
1	1,082	136,98	147,62	1	0,4238	163.000
2	1,001	116,21	136,98	2	0,6349	608.000
3	0,678	103,62	116,21	3	0,4347	186.000
				4	0,5561	265.000

Un confronto tra il costo della rete di cui alla precedente tabella II e l'analogo costo per una rete progettata con i criteri tradizionali in base ad una quota prefissata del serbatoio S è stata eseguito ed è riportato in tabella III, si constata che, nel caso in esame, il dimensionamento conforme al criterio dianzi esposto permette una economia di circa il 10%.

TABELLA III

Confronto dei costi (diametri teorici)

H_s (m)	$\Sigma \lambda$ (£)	Costo tubazione C_T (£ × 10 ⁶)	Costo sollevamento C_E (£ × 10 ⁶)	Costo da minimizzare $C_T + C_E$ (£ × 10 ⁶)
225,45	371 000	1 961	276	472
147,62	122 000	2 480	181	429
Differenza costi		43 (£ × 10 ⁶)		
Differenza percentuale		10%		

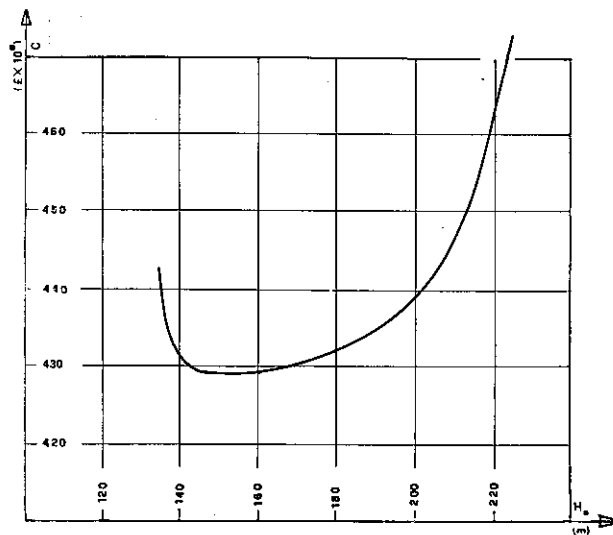


Fig. 2.

Nella fig. 2 viene riportato un grafico: sulle ascisse sono i valori delle quote del serbatoio ed in ordinata i relativi costi, calcolati con la (7); la curva tracciata rappresenta quindi il legame tra altezza del serbatoio e costo da minimizzare.

BIBLIOGRAFIA

- [1] ARREDI, F.: « Costruzioni Idrauliche », vol. II - U.T.E.T. 1972.
- [2] MANTICA, I.: *Armonizzazione col criterio della massima economia di un particolare sistema di condotta adduttrice, serbatoio, rete di distribuzione*, « L'ingegnere », luglio 1975.
- [3] MARZOLO, F.: « Costruzioni Idrauliche », CEDAM - Padova, 1963.
- [4] RUGGIERO, C.: « Costruzioni Idrauliche », Pellegrini - Pisa, 1955.
- [5] SASSOLI, F. & MILANO, V.: *Sul calcolo di economia di un particolare tipo di distribuzione urbana ad anello*, « Giornale del Genio Civile », 1973.
- [6] SCIMEMI, E.: « Compendio di Idraulica » CEDAM - Padova, 1964.