

APPLICAZIONE DEL METODO PROBABILISTICO DELL'ANALISI DEL PRIMO ORDINE ALLA PROGETTAZIONE DEGLI INVASI A SCOPO IRRIGUO*

IGNAZIO MANTICA
Istituto di Geologia Applicata

SOMMARIO Viene proposto un metodo di verifica del dimensionamento di un piccolo invaso tramite la metodologia probabilistica dell'analisi del primo ordine. Questa permette di valutare il rischio che si verifichi l'evento di una richiesta d'acqua maggiore di quella invasata.

1. La progettazione di un serbatoio per irrigazione è basata sul concetto di immagazzinare durante l'anno una quantità di acqua da utilizzarsi nei periodi estivi.

Il volume da immagazzinarsi è pertanto legato, nell'ipotesi che sia sufficiente e la quantità d'acqua e che esista la possibilità di invasarla, alla superficie da irrigare, al tipo di coltura, alla esposizione e tipo di terreno, al tipo di irrigazione, ecc.

Ammissa l'esistenza di condizioni geomorfologiche che permettano la realizzazione dell'invaso delle desiderate dimensioni, la quantità di acqua che sarà possibile invasare è data dal volume piovuto durante l'anno nel bacino imbrifero sotteso dall'invaso, decurtato dalla quantità persa negli scambi tra: terreno, sottosuolo e vegetazione nonché di quella evaporata. Si può in generale ammettere, per i bacini di piccola estensione che insistono su un sol topoieta che la quantità di acqua che cade nel bacino può essere valutata tramite il prodotto della sua estensione (in mq) per la precipitazione annua (espressa in m).

Indicando con V_I il volume invasato, si avrà:

$$V_I = V_p - I - E \quad (1)$$

dove: V_p è il volume piovuto, che può essere valutato come sopra indicato;

I è la quantità di acqua che si è infiltrata nel terreno (somma algebrica degli scambi tra soprasuolo e sottosuolo);

* Parte del presente lavoro è stata presentata nel maggio 1977 alla IX Conferenza Regionale Europea dell'I.C.I.D.

si avrà:

$$V_I = (\varphi - F) V_p \quad (5'')$$

si introduca ora nella (5'') un coefficiente η che tenga conto della effettiva rispondenza della formula stessa si avrà:

$$\bar{V}_I = \bar{\eta} (\bar{\varphi} - \bar{F}) \bar{V}_p \quad (9)$$

e:

$$\begin{aligned} \sigma_I^2 = & \bar{V}_I^2 \sigma_{\eta}^2 + \bar{\eta}^2 \left\{ \left(\frac{\partial V_I}{\partial \varphi} \right)_{\bar{V}_I}^2 \sigma_{\varphi}^2 + \left(\frac{\partial V_I}{\partial V_p} \right)_{\bar{V}_I}^2 \sigma_{V_p}^2 + \left(\frac{\partial V_I}{\partial T} \right)_{\bar{V}_I}^2 \sigma_T^2 + \right. \\ & + \left(\frac{\partial^2 V_I}{\partial \varphi \partial V_p} \right)_{\bar{V}_I} \rho_{\varphi, V_p} \sigma_{\varphi} \sigma_{V_p} + \left(\frac{\partial^2 V_I}{\partial \varphi \partial T} \right)_{\bar{V}_I} \rho_{\varphi, T} \sigma_{\varphi} \sigma_T + \\ & \left. + \left(\frac{\partial^2 V_I}{\partial V_p \partial T} \right)_{\bar{V}_I} \rho_{V_p, T} \sigma_{V_p} \sigma_T \right\} \quad (10) \end{aligned}$$

dove con ρ si è indicato il coefficiente di correlazione tra le grandezze in indice:

La (10) può essere notevolmente semplificata, infatti i coefficienti di correlazione $\rho_{\varphi, T}$, ρ_{φ, V_p} , $\rho_{V_p, T}$, possono essere considerati nulli in quanto φ può, in via approssimata essere ritenuto indipendente sia da V_p che da T , inoltre tra queste ultime due grandezze si può ritenere non esistere un legame statistico

Calcolando ora i termini alle derivate parziali avremo

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_I}{\partial \varphi} &= V_p \\ \frac{\partial V_I}{\partial V_p} &= \varphi - F + F^3 \left(\frac{1000 V_p}{S L} \right) \quad (11) \\ \frac{\partial V_I}{\partial T} &= F^3 \left(\frac{1000 V_p}{S L} \right) \frac{V_p}{L} \frac{dL}{dT} \end{aligned}$$

mentre

$$\frac{dL}{dT} = 25 + 0.015 T^2 \quad (12)$$

la (10) risulta così ridotta alla:

$$\begin{aligned} \sigma_I^2 = & \bar{V}_I^2 \sigma_{\eta}^2 + \bar{\eta}^2 \left\{ \bar{V}_p^2 \sigma_{\varphi}^2 + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial V_I}{\partial V_p} \right)_{\bar{V}_I}^2 \sigma_{V_p}^2 + \left(\frac{\partial V_I}{\partial T} \right)_{\bar{V}_I}^2 \sigma_T^2 \right\} \quad (10') \end{aligned}$$

A sua volta l'espressione di F , come da posizione precedente, è funzione di V_p ed $L(T)$ per cui si avrà:

$$\bar{F} = \sqrt[2]{0.9 + \left(\frac{1000 \bar{V}_p}{S \bar{L}} \right)^2} \quad (13)$$

Sostituendo nelle (9) e nella (10') i valori calcolati tramite le successive dal (11) al (13) si otterranno due delle cinque entità che compaiono nella (7).

Le formule dianzi esposte si basano tutte sulla conoscenza del valor medio e dello scarto quadratico medio delle entità V_p , T , φ in gioco, avendo ammesso che S sia determinato senza incertezze (e quindi con $\sigma_S = 0$) nonché della conoscenza del coefficiente η e del suo scarto quadratico medio.

Esistendo delle osservazioni sistematiche, da ormai parecchi anni, non è difficile ricavare i valori di

$$\bar{V}_p, \sigma_{V_p}, \bar{T}, \sigma_T$$

tramite uno spoglio e successiva elaborazione dei dati riportati dagli annali idrologici.

Più difficile risulta il compito per φ e σ_{φ} che possono essere ricavati o per analogia con bacini simili per i quali sussistono delle osservazioni o sulla base di un attento studio idrogeologico del bacino stesso. Per il coefficiente η si propongono, salvo migliori indicazioni in proposito, i seguenti valori:

$\eta = 1$ $\sigma_\eta = 0.1$

estendendo quanto indicato da TANG & YEN (1972) per la stima dei deflussi.

Tralasciando ora la valutazione di V_R e σ_R la cui stima è più competenza dell'agronomo che dell'ingegnere, si osserva che la covarianza tra le due grandezze V_I e V_R può essere stimata tramite la formula approssimata (MANTICA - loc. cit.).

$$\text{COV}(I, R) \cong \left(\frac{\partial V_I}{\partial V_R} \right)_{\bar{V}_I} \sigma_R^2 + \left(\frac{\partial V_R}{\partial V_I} \right)_{\bar{V}_R} \sigma_I^2 \quad (14)$$

che può essere ridotta alla:

$$\text{COV}(I, R) \cong \left(\frac{\partial V_R}{\partial V_I} \right)_{\bar{V}_R} \sigma_I^2 \quad (15)$$

ritenendo che il volume piovuto è indipendente dal volume di acqua richiesto dalla coltura da irrigare. Al contrario di certo non è nullo il secondo termine del secondo membro della (14) in quanto esiste certamente una relazione tra la richiesta d'acqua delle colture ed il volume invasabile almeno in quanto entrambe dette quantità dipendono dalla pioggia caduta sul bacino. Anche questo termine potrà essere valutato dall'agronomo.

4. È opportuno far seguire alla precedente esposizione un esempio numerico. Si è posta l'attenzione sul bacino di Valle Miano, ricadente nel topoiato di Ancona, relativo ad una sezione che sottende una superficie di 9.508 Km².

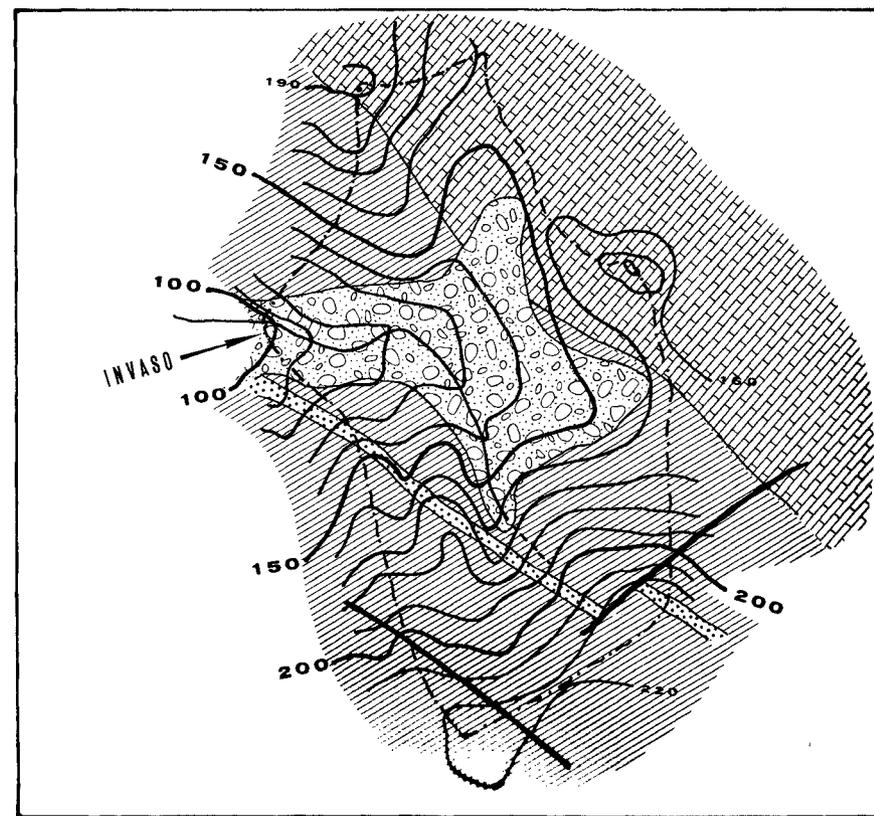
Nella fig. 1 è riportata la planimetria del bacino con l'indicazione dei tipi litologici presenti; nella stessa figura è presente una tabella per la stima del valore di φ .

I valori della precipitazione annua e delle temperature a base dei calcoli che seguono sono quelli del diciannovenno 1953-71 e sono riportati nella Tab. 1.

Dalla loro elaborazione risulta:

BACINO DI VALLE MIANO (AN)

LITOLOGIA	AREA		φ (*)	PRODOTTO area x φ
	in ha	in %		
ARENARII	1.70	3.345	0.50	1.670
ARGILLI MARNOSE	25.10	49.410	1.00	49.410
COLLUVIONI	15.00	29.530	0.90	26.580
CALCARI MARNOSE	9.00	17.720	1.00	17.720
TOTALI		50.80		95.380



(*) I numeri di questa colonna hanno solo valore esemplificativo

fig. 1

VALORI (in mm) DELLA PRECIPITAZIONE METEORICA
ANNUA E DELLE TEMPERATURE MEDIE ANNUE

Anno	P	T
1953	640.4	14.80
1954	713.8	14.60
1955	812.2	14.90
1956	766.2	14.50
1957	636.6	15.40
1958	882.0	14.90
1959	1191.8	14.70
1960	1098.2	14.80
1961	914.8	15.10
1962	713.0	14.30
1963	1020.4	14.30
1964	1036.8	14.30
1965	762.0	14.70
1966	685.2	15.30
1967	597.4	14.60
1968	639.4	14.40
1969	753.2	14.20
1970	593.2	14.70
1971	603.0	14.20

Tab. II - CALCOLO DI \bar{V}_1 e σ_1

Calcolo di:	FORMULA		VALORI			
	Letterale	Numerica	Con le dimensioni di calcolo	Dimen- sioni	Con le dimensioni per la (y)	Dimen- sioni
\bar{V}_p	$S \cdot \bar{p}$	$508000 \cdot 0.79262$	402651.50	m ³		
σ_{Vp}	$S \sigma_p$	$508000 \cdot 0.18251$	92713.42	m ³		
\bar{L}	$300 + 25\bar{T} + 0.05 \bar{T}^3$	$300 + 25 \cdot 14.67 + 0.05 \cdot 14.67^3$	824.60	mm		
\bar{F}	$\left[0.9 + \left(\frac{1000 \bar{V}_p}{S L} \right)^2 \right]^{1/2}$	$\left[0.9 + \left(\frac{1000 \cdot 402651.5}{508000 \cdot 824.6} \right)^2 \right]^{-1/2}$	0.7400	-		
$\left(\frac{\partial V_1}{\partial V_p} \right)_{V_1}$	$\bar{\varphi} - \bar{F} + \bar{F}^3 \frac{1000 \bar{V}_p}{S T}^2$	$0.9538 - 0.74 + 0.74^3 \left(\frac{1000 \cdot 402651.5}{508000 \cdot 824.6} \right)^2$	0.348	-		
$\left(\frac{\partial L}{\partial T} \right)_{V_1}$	$25 + 0.015 \bar{T}^2$	$25 + 0.015 \cdot 14.67^2$	28.22	mm		
$\left(\frac{\partial V_1}{\partial T} \right)_{V_1}$	$-\bar{F}^3 \frac{1000 V_p}{S L}^2 \frac{V_p}{L} \frac{dL}{DT}$	$-0.74^3 \left(\frac{1000 \cdot 402651.5}{508000 \cdot 826.6} \right)^2 \frac{402651.5}{824.6} \cdot 28.22$	5156.40			
\bar{V}_1	$\bar{\eta} (\bar{\varphi} - \bar{F}) \bar{V}_p$	$1 (0.9538 \cdot 0.74) 402651.5$	86086.89	m ³	0.08609	10 ⁴ m ³
σ_1^2	$\bar{V}_1^2 \sigma_{\bar{\eta}}^2 + \bar{\eta}^2 \left\{ \bar{V}_p^2 \sigma_{\bar{\varphi}}^2 + \left(\frac{\partial V_1}{\partial V_p} \right)_{V_1}^2 \sigma_{V_p}^2 + \left(\frac{\partial V_1}{\partial T} \right)_{V_1}^2 \sigma_T^2 \right\}$	$(86087 \cdot 0.1)^2 + 1 \{ (402451.5 \cdot 0.05)^2 + (0.348 \cdot 92713.42)^2 + (51591900.3512)^2 \}$	1.52369 10 ⁹	m ⁶	0.001523	10 ¹² m ⁶
σ_1	\sqrt{V}	$\sqrt{1.52369 \cdot 10^9}$	3903.447	m ³	0.03904	10 ⁴ m ³

Tab. III

CALCOLO DI P fail

Caso Esaminato	Valore* assunto di \bar{V}_r	Coefficiente di sicurezza \bar{V}_I/\bar{V}_r	Valore* assunto di σ_R	Rapporto σ_I/σ_R	Valore* di $Z = -\bar{V}_I + \bar{V}_r$	Valore* di σ_Z	Valore* di \bar{Z}/σ_Z	Valore* di P fail
1°	0.0573	1.5	0.026	1.5	-0.0287	0.0468	-0.613	0.27
2°	0.0573	1.5	0.0195	2.0	-0.0287	0.0436	-0.657	0.255
3°	0.0600	1.3	0.023	1.7	-0.0200	0.04529	-0.4415	0.33
4°	0.505	1.7	0.0173	2.25	-0.0355	0.04268	-0.831	0.203

* Valori numerici in $m^3 \times 10^6$

$$P = 792.62 \text{ mm}$$

$$a_p = 182.51 \text{ mm}$$

$$\bar{T} = 14.67^\circ \text{C}$$

$$\sigma_T = 0.3512^\circ \text{C}$$

Dalla fig. 1 risulta inoltre:

$$\varphi = 0.9538$$

Non avendo dati a disposizione per il calcolo di σ_φ si può adottare

$$\sigma_\varphi = 0.05$$

Per lo stesso motivo avremo:

$$\bar{\eta} = 1$$

$$\sigma_{\eta} = 0.01$$

Introducendo i valori numerici sopra indicati nelle (4), (9), (11), (12), (10') e (13') si perviene alla valutazione numerica di V_I e δ_I . Tutti detti calcoli sono stati riportati nella Tab. II dalla quale si rileva la semplicità degli stessi.

Per completare l'esemplificazione ed in assenza di informazioni sulle necessità idriche delle colture che potrebbero essere servite dall'invaso si è fatta l'ipotesi semplificativa che

$$\text{COV (I,R)} = 0$$

mentre per lo stesso scopo si sono scelti i valori di V_R e σ_R da introdurre nella (7) tramite, rispettivamente, i rapporti

$$V_I / V_R$$

e

$$\sigma_I / \sigma_R$$

Si noti che il primo di tali rapporti è concettualmente analogo ad un coefficiente di sicurezza.

Si è ritenuto opportuno eseguire l'applicazione della (7) per quattro diverse coppie di valori V_R e σ_R corrispondenti a diverse combinazioni dei rapporti prima citati.

Nella Tab. III è dunque riportato il calcolo delle probabilità di crisi P_{fail} per le suddette quattro ipotesi.

Con riguardo al primo caso, il valore $P_{\text{fail}} = 0.27$ vuol significare che, ad esempio, in venti anni di esercizio del laghetto, almeno in cinque di essi sarà investito un volume d'acqua in-

sufficiente alle irrigazioni di tutti i terreni per i quali esso è stato realizzato.

5. A conclusione di quanto esposto ed esemplificato nella Nota ritengo utile sottolineare che:

il metodo proposto non comporta, in pratica, alcuna difficoltà di calcolo; infatti questo può essere eseguito anche con le semplici calcolatrici tascabili ed in pochissimo tempo;

offre il vantaggio di conoscere "a priori" il valore di P_{fail} , cioè al momento della progettazione e ciò è importante soprattutto nel caso di piccoli invasi per i quali non si effettua in genere analisi del tipo "costo-beneficio".

BIBLIOGRAFIA

1. Ang & Cornell - Reliability bases of structural safety and design. A.S.C.E. Jr. Structural Div. 1974
2. Ang - Structural risk analysis and reliability-based design. A.S.C.E. - Jr. Structural Div. 1973
3. Ang & Amin - Reliability of structures and structural system. A.S.C.E. - Jr. Engineering Mechanics Div. 1968
4. Augusti - Metodi probabilistici nell'Ingegneria Strutturale Università di Firenze - Note e pubblicazioni di Ingegneria strutturale - Nov. 1974
5. Cornell - First order analysis of model parameter uncertainty International symposium on uncertainties in Hydrologic and Water resource system. Tucson - Arizona 1972
6. Cornell - Second Moment structural code format 50 th anniversary symposium. Deutscher Betonverein Berlin 1973
7. Cornell - Some comments on second-moment codes and on Bayesian methods. US-Japan seminar on reliability approach in structural engineering - Maggio 1974 - Tokio
8. Mantica - Alcune considerazioni circa la possibilità di applicazione del metodo probabilistico dell'analisi del primo ordine alle costruzioni idrauliche con particolare riguardo alle opere di trasporto. In corso di pubblicazione sul Giornale del Genio Civile (n.10 - 11 - 12 - 1976)
9. Mays, L. W., Yen, B. C. and Tang - W. H. "Worth of Data for Optimal Design of Storm Sewers" Proceedings, International Association for Hydraulic Research, August 1975. Brazil
10. Tang W. H. and Yen B. C. - Hydrologic Design under uncertainties - Proceedings, International Symposium on uncertainties in Hydrologic and Water Resources System, Tucson, Dec. 1972, Vol. 2, pp. 868-882.
11. Tang W. H., Mays L. W., Yen B. C. - Optimal risk-based design of Storm Sewer Networks-Journal of Environmental Engineering, Proceedings, A.S.C.E. Vol. 101, EE, June 1975.
12. Yen B. C. and Tang W. H. - Risk-safety factor relation for storm sewer design. Journal of Environmental Engineering, A.S.C.E., Vol. 102, EE 2, April 1976.
13. Yen & Ang - Risk analysis in design of Hydraulic project. Stochastic Hydraulics - 1971.