

Mantica I.¹ - Ribighini G.² - Savini F.³

PROBLEMI DI VERIFICA PER RETI IDRAULICHE A MAGLIE CHIUSE
CONFRONTO FRA METODI

SOMMARIO

In questa nota gli Autori, dopo una breve descrizione dei vari metodi per la risoluzione del problema di verifica delle reti idrauliche a maglie chiuse, fanno un'analisi comparata di due tra i metodi ritenuti più significativi: quello dell'Analisi Lineare di WOOD e CHARLES, e quello del gradiente di TODINI. Il confronto è esteso ad applicazioni pratiche su due reti distinte.

-
- 1 - Professore Associato di Costruzioni Idrauliche,
Istituto di Idraulica
 - 2 - Ricercatore di ruolo,
Istituto di Informatica
 - 3 - Borsista presso l'Istituto di Idraulica
- tutti presso la Facoltà di Ingegneria, Università di Ancona.

1. RICHIAMI SUI METODI DI VERIFICA DELLE RETI IDRAULICHE BASATI SULL'ALGEBRA TOPOLOGICA

Attualmente in letteratura esistono diversi metodi per la risoluzione del problema di verifica delle reti idrauliche a maglie chiuse ed in pressione. Tra i primi, elaborati intorno agli anni '30, si ricorda il metodo di CROSS [7] che, tramite successive approssimazioni, arriva a determinare la distribuzione teorica delle portate e dei carichi, rispettivamente nei lati e nei nodi, partendo da valori di primo tentativo per le portate distribuite, valori che sono congruenti dal punto di vista della continuità ma non equilibrati dinamicamente. La procedura, applicata alla singola maglia, viene poi ripetuta per tutte le altre maglie della rete.

La maggior limitazione di questo metodo risiede nella necessità di lunghi tempi di calcolo, dovuti ovviamente alle dimensioni della rete e alla bontà della soluzione iniziale; a quest'ultima condizione è infatti legato il numero di successive approssimazioni richiesto per raggiungere la precisione voluta.

Agli inizi degli anni '70, l'uso sempre crescente dei calcolatori elettronici ha dato il via alla ricerca di metodi che offrissero l'opportunità di sfruttare i nuovi mezzi a disposizione. Dopo alcuni tentativi di implementare su calcolatore il metodo di CROSS [7] si è giunti all'applicazione della Teoria dei grafi proposta nel '70 da CHANDRASHEKAR ed altri [4]; schematizzando infatti la rete idraulica con un opportuno grafo, è agevole memorizzare la geometria della stessa utilizzando l'algebra topologica.

A differenza del metodo di CROSS, l'algebra topologica per-

mette di agire non sulla singola maglia, ma contemporaneamente su tutta la rete.

Vari Autori hanno formulato una procedura in grado di ricavare, tra tutte le equazioni che reggono il problema di verifica, il minimo sistema di equazioni indipendenti, risolto il quale, è possibile determinare tutte le variabili in gioco, con evidente semplificazione delle elaborazioni.

CHANDRASHEKAR ha risolto questo sistema di equazioni non lineari con il metodo iterativo di Newton-Rapshon.

WOOD e CHARLES [16] nel 1972 hanno risolto il sistema ottenuto con la teoria dei grafi usando le tecniche dell'Analisi Lineare, cioè linearizzando come segue:

$$Y_i = K_i q_i^a = k_i q_{i0}^{a-1} q_i = K'_i q_i \quad i=1, \dots, NT \quad (1)$$

dove q_{i0} è il valore approssimato della portata nel tronco i -esimo.

Naturalmente solo quando q_{i0} si avvicina alla portata vera q_i l'equazione (1) diventa l'espressione esatta della perdita di carico.

Partendo da un valore approssimato q_{i0} viene calcolata la variabile K'_i di primo tentativo, quindi il valore di q_i di secondo tentativo.

I valori di K'_i relativi alle successive approssimazioni vengono calcolati facendo sistema tra le (1), come sopra linearizzate, e le equazioni di continuità ai nodi.

A ciascuna iterazione corrispondono nuovi valori delle q_i .

Il procedimento si arresta quando i valori delle portate ottenute tramite due elaborazioni successive differiscono di entità sufficientemente piccole.

A differenza del metodo di CROSS non è necessario fare una stima della distribuzione iniziale delle portate. Gli autori hanno calcolato la soluzione iniziale supponendo, in prima approssimazione, che la costante K'_i sia indipendente dalle portate, e cioè:

$$K'_i = K_i$$

Questa ipotesi, però, risulta essere valida solo nel caso del moto laminare, quindi non sempre è accettabile; inoltre tale metodo richiede la memorizzazione di matrici di grandi dimensioni allorché lo si applica a reti complesse, pertanto non è sempre agevole il suo utilizzo.

CURTO ed altri [8], nel 1976, tenendo conto che la matrice dei coefficienti del sistema di equazioni pseudo-lineari è simmetrica, sparsa, definita positiva e facilmente diagonalizzabile, superano tale limitazione con un procedimento di riduzione a banda della matrice e quindi con conseguente notevole risparmio di memoria.

Sempre nel campo dell'applicazione dell'Analisi Lineare si inserisce il metodo di MANTICA e RIBIGHINI [12] i quali, nel 1979, hanno apportato delle modifiche al metodo di CURTO affinché il problema di verifica diventi un problema di simulazione. Con la simulazione tali ultimi Autori si sono prefissi di dare delle indicazioni utili per la gestione della rete. Inoltre è stata introdotta la possibilità di tener conto della presenza di distribuzione idrica lungo i tronchi, di perdite di carico concentrate, di serbatoi sussidiari, nonché viene previsto l'eventuale inserimento di pompe nella rete. Ancora sull'Analisi Lineare, nel 1980 CALOMINO e VELTRI [2] si sono posti il proble-

ma di verifica delle reti idrauliche inserendo tra le incognite le portate in ingresso e in uscita in quanto dipendenti dalla piezometria della rete, anch'essa incognita.

La rete reale viene poi ricondotta ad una rete di calcolo fittizia e semplificata, dove le diramazioni sono sostituite con nodi di erogazione. Il calcolo consiste in una serie di iterazioni, ognuna delle quali è un normale calcolo di verifica, variando opportunamente di volta in volta le portate in ingresso ed in uscita.

Tutti i metodi sopra menzionati sono non lineari e possono presentare fenomeni di instabilità numerica, nel senso che non sempre la soluzione ottenuta coincide con la soluzione fisica del problema.

TODINI [14] ha dimostrato come la soluzione del problema di verifica coincida con il minimo della potenza dissipata "Pd" nella rete, nel rispetto dei soli vincoli di continuità ai nodi.

Tale criterio trova fondamento nel principio ben noto della stabilità dell'equilibrio dinamico.

Applicando dunque il metodo del gradiente al sistema non lineare ottenuto con il predetto criterio, TODINI ha messo a punto un metodo di verifica che arriva alla soluzione indipendentemente dai valori di partenza.

E' da notare che, in questo caso, le variabili del problema, cioè portate e carichi, sono determinate simultaneamente, rispettando così maggiormente l'interazione che realmente esiste tra le variabili.

CONTRO e FRANZETTI [5], nel 1980, minimizzano la stessa funzione obiettivo usando però un algoritmo diverso da quello di TODINI (regola di coniugazione delle direzioni ammissibili), ed

inoltre permettono di inserire espressioni non monomie delle perdite di carico.

POGGI [13] ha messo a punto, nel 1985, un metodo che si propone di raggiungere la distribuzione delle portate di regime permanente mediante un procedimento di integrazione delle equazioni di moto vario in ciascun ramo usando la teoria delle linee caratteristiche già applicata da EVANGELISTI, in maniera soddisfacente, allo studio del colpo d'ariete.

2. ANALISI COMPARATA

Nel presente lavoro l'attenzione è stata posta su due, fra i diversi metodi sopra esaminati, che sembrano essere sufficientemente ed esaurientemente rappresentativi dei vari modi di impostare il problema di verifica delle reti idrauliche chiuse:

- il metodo dell'Analisi Lineare di WOOD e CHARLES;
- il metodo del Gradiente di TODINI.

Tali metodi sono stati applicati alle due reti idrauliche a maglie chiuse, già oggetto di esempio [16].

2.1 Descrizione delle reti prese a base del confronto e calcoli relativi

La fig. (1) mostra la rete di 19 tronchi e 12 nodi che è stata usata come primo esempio. La tabella I dà le caratteristiche delle tubazioni della suddetta rete.

Per il nodo 1, scelto come nodo di riferimento, è stato fissato un valore di 100 m. di quota piezometrica.

In tabella II sono riportati i risultati ottenuti con il

metodo di WOOD e CHARLES e, a confronto, quelli ottenuti col metodo di TODINI.

Analogamente è stata calcolata la rete riportata in fig. (2), proposta per la prima volta da LIU, e composta da 35 tronchi e 20 nodi. In tabella III sono riportate le caratteristiche della rete e in Tab. IV, V i risultati ottenuti con il metodo di WOOD e col metodo di TODINI.

Quanto segue è una sintesi dell'analisi comparata dei due metodi esaminati, in funzione delle caratteristiche dell'input e dell'output.

2.2 Input

Relativamente ai dati di input dei due programmi le caratteristiche emergenti sono:

M. GRADIENTE

- Si possono numerare casualmente i nodi della rete.

- Non è necessaria la schematizzazione della rete in maglie.

M. LINEARE

- La numerazione dei nodi non può essere casuale ma tale che il nodo (n) sia connesso almeno con un tronco al nodo (n-1).

- E' necessaria la schematizzazione in maglie, a ciascuna delle quali afferiscono i vari tronchi, con l'avvertenza che taluni tronchi possono appartenere anche a due maglie.
Inoltre, per ogni maglia,

occorre fissare un verso
convenzionale di percorrenza.

-Non occorre prefissare il
verso di percorrenza delle
portate. Esso è conseguenza
automatica dell'assegnazione,
per ciascun tronco, del nodo
a monte e del nodo a valle.

- I dati di input dipendono
dal verso di percorrenza
convenzionale prefissato
per la maglia.

2.3 Output

Relativamente all'uso dei programmi suddetti sul sistema
Vax11/750 del CEDUA dell'UNIVERSITA' di ANCONA, si riportano i
tempi di CPU rilevati:

	METODO DEL GRADIENTE	METODO DELL'ANALISI LINEARE
esempio 1	5.23 sec	5.78 sec
esempio 2	9.89 sec	11.38 sec

Si è inoltre verificato che il numero di iterazioni per il
metodo del gradiente resta costante quando si elaborano reti con
un numero di tronchi uguale o superiore a 60, il che porta a
concludere che, da un punto di vista di economia di CPU, è più
vantaggioso applicare quest'ultimo, soprattutto se si dispone di
piccoli elaboratori.

2.4 Conclusioni

Da quanto sopra segue che l'input dei dati relativi ad una
rete è decisamente più immediato per il metodo del gradiente che
non per quello basato sull'Analisi Lineare; si può dunque affer-

mare che il metodo del gradiente è attualmente il mezzo più efficace e di più semplice uso di cui si dispone per risolvere il problema della verifica delle reti idrauliche a maglie chiuse.

TABELLA I : CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA RETE 1

TRONCO	LUNGHEZZA (m)	DIAMETRO (mm)
1)	475.20	305.00
2)	304.80	203.00
3)	365.80	203.00
4)	609.60	203.00
5)	853.40	203.00
6)	335.00	203.00
7)	304.80	203.00
8)	762.00	203.00
9)	243.80	203.00
10)	396.20	152.00
11)	304.80	152.00
12)	335.30	254.00
13)	304.80	254.00
14)	548.60	152.00
15)	335.30	152.00
16)	548.60	152.00
17)	365.90	254.00
18)	548.60	152.00
19)	396.20	152.00

TABELLA II : OUTPUT A CONFRONTO PER LA RETE 1

TRONCO	PORTATA FLUENTE METODO GRADIENTE (l/sec)	PORTATA FLUENTE METODO ANALISI LINEARE (l/sec)
1)	60.543	60.455
2)	44.085	43.988
3)	17.138	17.147
4)	-9.841	-9.821
5)	8.831	9.006
6)	-12.127	-11.810
7)	-13.599	-13.785
8)	-8.232	-8.346
9)	-43.557	-43.646
10)	-2.525	-2.551
11)	8.566	8.478
12)	-7.175	-6.866
13)	-16.028	-16.872
14)	5.367	5.437
15)	16.459	16.468
16)	-1.473	-1.973
17)	26.947	26.841
18)	4.282	4.423
19)	-4.571	-4.581

NODO	CARICO METODO GRADIENTE (m)	CARICO METODO ANALISI LINEARE (m)
1)	100.00	100.00
2)	98.89	98.93
3)	96.01	96.04
4)	95.31	95.34
5)	95.73	95.76
6)	95.25	95.28
7)	95.59	95.61
8)	95.97	95.99
9)	96.34	96.36
10)	96.46	96.49
11)	95.54	95.57
12)	95.51	95.61

TABELLA III : CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA RETE 2

TRONCO	LUNGHEZZA (m)	DIAMETRO (mm)
1)	1523.926	762.0
2)	1981.100	762.0
3)	914.355	762.0
4)	1219.141	762.0
5)	1219.141	609.0
6)	914.000	508.0
7)	1371.533	508.0
8)	1219.141	609.6
9)	914.000	762.0
10)	1249.141	1066.8
11)	914.355	609.6
12)	1219.141	508.0
13)	1036.269	508.0
14)	1523.926	508.0
15)	1752.514	914.4
16)	914.355	508.0
17)	1828.711	782.0
18)	914.355	508.0
19)	1493.447	762.0
20)	914.355	508.0
21)	944.834	762.0
22)	883.877	508.0
23)	2072.539	254.0
24)	1889.668	762.0
25)	914.355	508.0
26)	914.355	508.0
27)	914.355	508.0
28)	3108.803	762.0
29)	1097.226	762.0
30)	1493.447	762.0
31)	1554.404	1524.4
32)	1676.318	1219.2
33)	1706.797	762.0
34)	1798.232	1524.0
35)	2285.888	1016.0

TABELLA IV : OUTPUT A CONFRONTO PER LA RETE 2

TRONCO	PORTATA FLUENTE METODO GRADIENTE (l/sec)	PORTATA FLUENTE METODO ANALISI LINEARE (l/sec)
1)	-50.23	-55.6
2)	17.65	22.27
3)	788.68	786.04
4)	-154.69	-154.36
5)	86.05	84.76
6)	-151.75	-163.04
7)	-133.43	-130.49
8)	-350.20	-348.50
9)	2497.33	2497.20
10)	-197.82	-192.92
11)	353.97	352.39
12)	148.68	148.89
13)	-61.88	-67.96
14)	-155.62	-157.10
15)	68.31	68.01
16)	-446.01	-446.09
17)	-231.89	-230.66
18)	218.04	218.02
19)	777.85	777.89
20)	-26.48	-26.44
21)	984.59	984.63
22)	-718.47	-718.44
23)	73.63	73.64
24)	759.53	759.65
25)	628.76	628.88
26)	181.28	182.95
27)	474.33	474.41
28)	581.45	581.53
29)	-39.15	-39.15
30)	1207.69	1207.7
31)	3488.85	3488.80
32)	31.65	29.21
33)	982.99	983.07
34)	2580.29	2580.30
35)	739.66	737.23

TABELLA V : OUTPUT A CONFRONTO PER LA RETE 2

NODO	CARICO METODO GRADIENTE (m)	CARICO METODO ANALISI LINEARE (m)
1)	91.601	91.029
2)	91.671	91.692
3)	91.654	91.550
4)	97.279	97.153
5)	92.278	92.310
6)	94.668	94.627
7)	95.198	95.200
8)	99.395	99.406
9)	171.902	171.896
10)	97.499	97.500
11)	99.476	99.483
12)	176.606	176.593
13)	146.521	146.517
14)	132.910	132.897
15)	132.947	132.944
16)	158.961	158.972
17)	146.599	146.660
18)	115.216	115.218
19)	91.606	91.610
20)	182.871	183.002

BIBLIOGRAFIA

[1] AKPAN , E.M.

"Report on analysis of pipe networks -The gradient method-". Department of Civil Engineering, DHE, University of Newcastle upon Tyne, september 1985.

[2] CALOMINO,F.;VELTRI,P.

"Un procedimento di calcolo automatico per la verifica delle reti idrauliche in pressione a portate incognite in ingresso ed in uscita" - XVII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche - Palermo 27-29 ottobre 1980.

[3] CAO,C.

"Sulla convergenza del metodo di CROSS " VIII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Pisa, 1963.

[4] CHANDRASHEKAR, M. ; KEVASAN,H.K.

" Graph-theoretic models for pipe network analysis " - Journal of the Hydraulics Division, ASCE HY 2, february 1972.

[5] CONTRO,R.;FRANZETTI,S.

"Verifica delle reti idrauliche in pressione mediante programmazione non lineare " - XVII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche , Palermo 27,29 ottobre 1980

[6] CONTRO , R.; FRANZETTI , S.

"A new objective function for analysis hydraulic pipe networks in the presence of different states of flow" - Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Istituto di Idraulica, Politecnico di Milano, 1982.

[7] CROSS,H.

"Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conducturs" - Bulletin No. 286 , University of Illinois Engineering Exsperimental Station, Urbana, Illinois, 1936.

[8] CURTO,C.;CUSIMANO,M.;NOBILI,G.

"Un nuovo procedimento di calcolo automatico per la verifica delle reti idrauliche in pressione" - XV Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Roma 1976.

[9] EVANGELISTI,G.;BOARI,M.;GUERRINI,P.;ROSSI,R.

"Some applications of waterhammer analysis by the method of characteristics " - L'Energia elettrica, vol. 1, 1973.

[10] KERSHAW, D. S.

"The incomplete Cholesky Coniugate Gradient Method for the iterative solution of systems of linear equation" - Journal of Computational Phisics, Vol 26, 1978.

[11] IANNELLI, G.

"Una precisazione sulla formula ricorrente di verifica delle reti di distribuzione idrica col metodo di Cross" - Facoltà di Ingegneria, Università di Napoli.

[12] MANTICA, I.;RIBIGHINI,G.

"Modello matematico per le reti di distribuzione degli acquedotti urbani ad anello. Il problema della simulazione durante l'esercizio" - Giornale del Genio Civile, numeri 4°,5°,6° - Aprile-Maggio-Giugno 1979.

[13] POGGI,B.

"Sul calcolo di verifica delle reti di condotte". Atti dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Tomo II, 1985.

[14] TODINI, E.

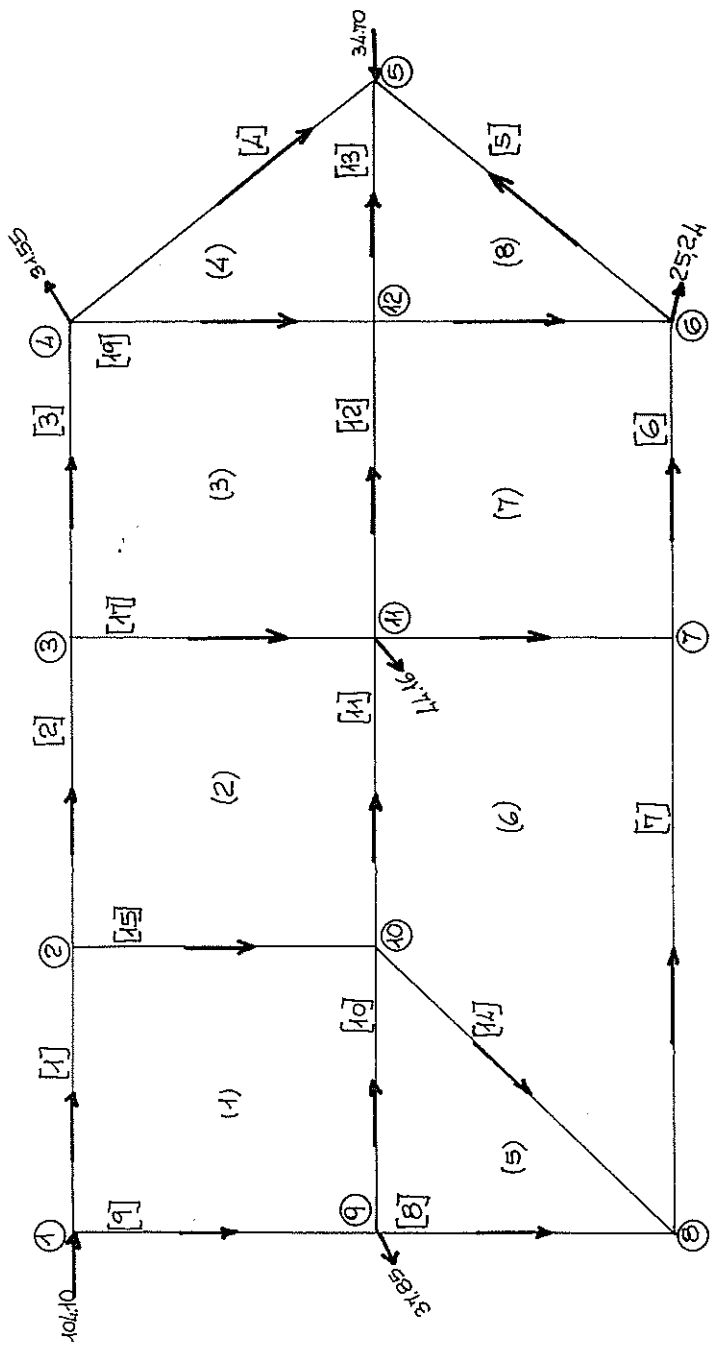
"Un metodo del gradiente per la verifica delle reti idrauliche" Bollettino degli Ingegneri della Toscana n° 11, 1979.

[15] TODINI , E.;PILATI,S.

"La verifica delle reti idrauliche in pressione" - Istituto di Costruzioni Idrauliche, Facoltà di Ingegneria dell'Università di Bologna, 1984.

[16] WOOD, D. J.; CHARLES, C. O. A.

"Hydraulic Network Analysis Using Linear Theory", - Journal of Hydraulics Division, ASCE HY 7, July 1972.



O NUMERO NODO

[] NUMERO TRONCO

() NUMERO MAGLIA

FIG. 1

DETE PROPOSTA DA WOOD-CHADWIS

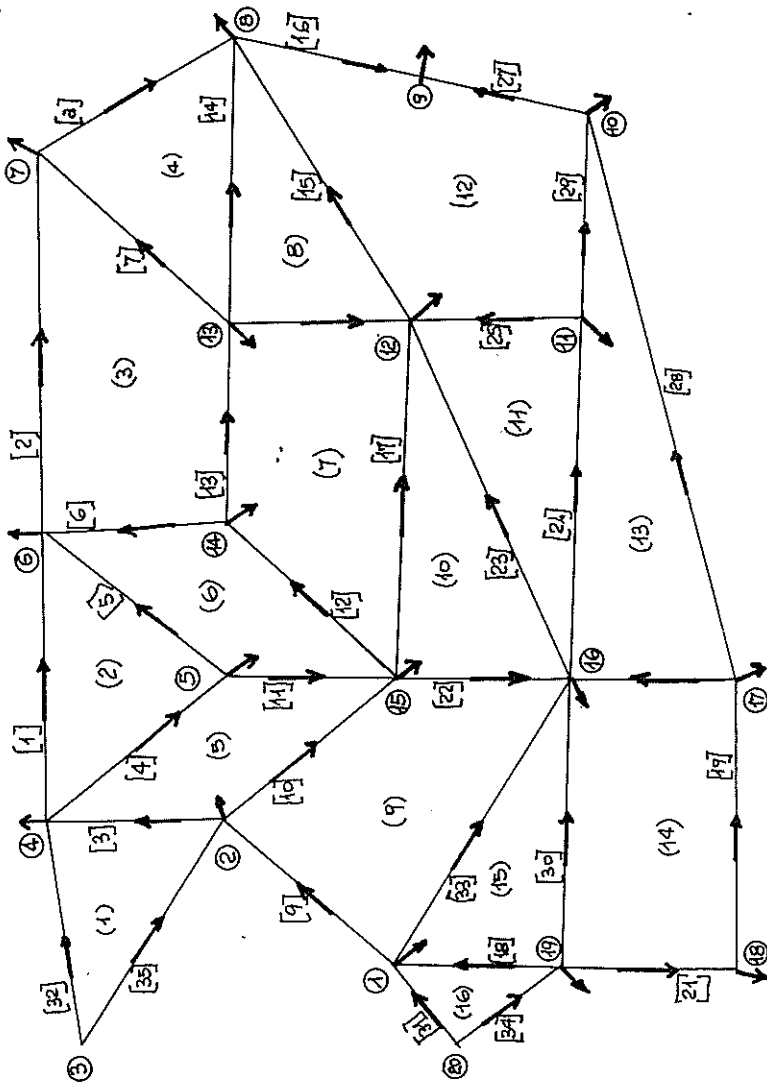


FIG. 2

DETE PROPOSTA DA LIU

○ NUMERO NODO

[] NUMERO TRONCO

() NUMERO MAGLIA