

# MODELLO MATEMATICO PER LE RETI DI DISTRIBUZIONE DEGLI ACQUEDOTTI URBANI AD ANELLO (\*)

## Il problema della simulazione durante l'esercizio

IGNAZIO MANTICA (\*\*) - GIUSEPPA RIBIGHINI (\*\*\*)

*SOMMARIO: Gli A. modificano alcuni algoritmi di un noto metodo di verifica delle reti di distribuzione degli acquedotti al fine di tener conto delle erogazioni lungo il percorso e delle singularità che vi possono essere presenti (pompe, perdite di carico concentrate, serbatoi sussidiari) e quindi introducono la variabile temporale ricavandone un modello di simulazione atto a dare indicazioni per interventi di gestione e di miglioramento della rete.*

*Résumé: Les A. modifient une connue metode pour la verification des reseaux de l'eau par: la distribution directement par les conduites les singularités (pompes, reservoirs et reservoirs subsidiaires, pertes de charge) et la variable « temp », et obtiennent une metode pour la simulation des mêmes reseaux utile pour leur gestion.*

*Summary: The A. obtain, by an elaboration of the known model for pipe network analysis, for introduction the water distribution directly for pipes, for the singularities (pumps, tank and subsidiary-tank, concentrated loaded loss) and for the unsteady flow a simulation model fit for a water network management.*

*Zusammenfassung: Die Verfasser ändern einige Algorithmus eines bekannten Begehen-methodes der Wasserleitungsnetzens, um die Lieferungen längs des Weges und die Eigenheiten zu betrachten, die vorhanden können, (Pumpen, konzentrierte Energiegefälle, Tanken und subsidiarische Tanken); die Verfasser führen die Zeitveränderliche ein, und bringen ein Simulationsmodell heraus, das im Netzbetrieb und im Netzverbesserung kann nützlich sein.*

### I - Premesse

Gli aspetti più studiati delle reti di distribuzione degli acquedotti e che possono ritenersi risolti sono:

- a) la verifica del dimensionamento;
- b) il procedimento di progetto.

Per il primo si ricordano, limitatamente alle applicazioni con l'elaboratore elettronico, i lavori di IANNELLI (1963 e 1967) che si basano sul metodo di Cross, ed i più recenti di KEVASAN e CHANDRASHEKAR (1972), di CHANDRASHEKAR e STEWART (1975), di LAM e WOLLA (1972), di WOOD e CHARLES (1972), di CURTO, CUSIMANO e NOBILI (1976) che propongono, tutti, metodi diversi dal Cross, (in genere le incognite del problema sono le piezometriche ai nodi) i quali meglio sfruttano le capacità dei calcolatori minimizzando i tempi di calcolo in quanto la rete viene risolta nel suo complesso e non maglia per maglia.

Il secondo aspetto è stato affrontato da JACOBY (1968), da DEB e SARKAR (1971), da TONG *ed al.* (1971), da CEMBROWICZ e HARRINGTON (1973), da ARTINA (1973), da LAM (1973), da CENEDESE e MELE (1976). È stato invece sino ad ora trascurato lo studio della possibilità di simulare il comportamento delle reti durante l'esercizio. Questo problema differisce da quello di verifica per vari aspetti, tra i quali:

- a) la verifica, generalmente, si esegue a conforto di un dimensionamento di progetto della rete e cioè con rete non realizzata e quindi con grosse schematizzazioni semplificative.

(\*) Lavoro eseguito con il contributo del C.N.R. n. 77.01672.07.

(\*\*) Assistente Ordinario e professore incaricato di Idrogeologia Applicata. - Istituto di Geologia Applicata. - Facoltà di Ingegneria. - Università di Ancona.

(\*\*\*) Borsista C.N.R. Istituto di Informatica. - Facoltà di Ingegneria. - Università di Ancona.

b) una rete reale differisce, in generale, da quella di progetto e per « varianti in corso d'opera » e per successivi ed, a volte, sordinati interventi (nuovi lati, serbatoi, alimentazione diretta con pompe, .).

c) la verifica si esegue omettendo la variabile temporale, cioè per un solo istante, generalmente quello che si suppone corrisponda alla massima sollecitazione. La simulazione invece deve anche tener conto che portate e quote piezometriche sono funzioni del tempo e ciò permette anche di controllare il funzionamento dei serbatoi;

d) sostanzialmente è, poi, diverso lo scopo. La verifica si propone di confortare un certo dimensionamento di progetto, mentre la simulazione si prefigge di dare indicazioni:

- per una oculata gestione della rete, cioè su eventuali manovre da effettuarsi per migliorare la distribuzione;
- per studiare eventuali interventi sulla rete quali la realizzazione di un nuovo lato o di un serbatoio sussidiario;
- per segnalare tempestivamente, tramite alcuni strumenti di controllo, eventuali anomalie che si possono verificare, per esempio, in seguito a rotture.

Punto di partenza per un procedimento di simulazione è comunque un procedimento di verifica. Dei vari disponibili si è posta l'attenzione su quello proposto da CURTO ed altri nel 1976, al cui schema idraulico sono state apportate le seguenti modifiche, necessarie per trasformarlo in un procedimento di simulazione:

- a) presenza, lungo i rami delle maglie, di distribuzione lungo il percorso;
- b) presenza di perdite di carico concentrate (dovute a strozzatura di saracinesche o a valvole regolatrici di carico);
- c) possibilità di alimentazione della rete mediante pompe;
- d) presenza di serbatoi sussidiari di rete (cioè alimentati ed alimentanti, a seconda della piezometria, direttamente dalla distribuzione);
- e) introduzione della variabile indipendente tempo.

## 2 - La simbologia adottata

È opportuno, prima di introdurre le espressioni algebriche utilizzate, indicarne la simbologia.

Una generica rete acquedottistica è riconducibile ad un grafo di  $N$  archi (lati) ed  $M$  nodi, in questi ultimi possono sintetizzarsi anche i serbatoi e le pompe.

Pertanto in ciascuna configurazione del sistema ogni grandezza in gioco (portata, quote piezometriche, ....) avrà  $N$  valori se relativa ad un arco (p. es.: portata fluente) ed  $M$  se relativa ad un nodo (p. es.: quota piezometrica).

A scopo di sintesi si adotta, quando è possibile, la simbologia matriciale, altrimenti l'indice  $i$  sarà riferito ai nodi (segue  $1 \leq i \leq M$ ) e  $j$  agli archi (segue  $1 \leq j \leq N$ ).

Convenuto di indicare con il termine vettore sempre un vettore colonna e con l'apice  $\tau$  la trasposta di una matrice, si potranno definire i seguenti vettori di ordine  $N$ , cioè di grandezze relative ai lati:

$q$  delle portate fluenti, cioè al netto della portata distribuita lungo il percorso;

$h$  delle perdite di carico distribuite;

$p$  delle portate, per unità di percorso, erogate;

$L$  delle lunghezze degli archi;

$b$  dei coefficienti di scabrezza;

$d$  dei diametri;

$G$  delle portate fittizie definite dalla relazione scalare:

$$G_j = p_j L_j \quad (1)$$

$y$  delle portate per unità di perdita di carico, il cui generico elemento è, dunque:

$$y_j = \left[ \frac{d_j^m}{b_j L_j} \right]^{1/m} \quad (2)$$

dove  $m$  ed  $n$  sono, rispettivamente, gli esponenti di  $q$  e  $d$  della nota formula:

$$J = b \ q^m / d^n$$

(ovviamente in termini scalari) che lega la pendenza piezometrica alle portate nel moto turbolento;  $E$  della somma delle perdite di carico concentrate in uno o più punti dello stesso arco.

I vettori relativi ai nodi del grafo e quindi di ordine  $M$  sono:

$H^*$  delle altezze piezometriche

$$z + p/\gamma$$

misurate nei nodi a partire da un qualunque piano orizzontale, prefissato, di riferimento;

$Q^*$  delle portate entranti od uscenti dalla rete (grafo) in ciascun nodo.

Introduciamo ancora la matrice diagonale di ordine  $N \times N$ :

$Y$  delle portate «fittizie» per unità di perdita di carico definite dalle relazioni scalari

$$Y_{ij} = y_j h^{a-1} \quad \text{con } a = 1/m \quad (3)$$

I collegamenti tra archi e nodi sono identificati con le matrici topologiche booleane:

$A^*$  il cui generico elemento  $A_{i,j}$  è così definito:

$A_{i,j} = 0$  se non esiste connessione tra  $i$  e  $j$ ,

$A_{i,j} = \pm 1$  se esiste il collegamento (si adotterà il segno positivo se, convenzionalmente, si prefigge un percorso uscente dal nodo, negativo nel caso opposto).

La  $A^*$  è, dunque, la matrice di incidenza del grafo orientato;

$D^*$  definita dalle:

$$D_{i,j} = 0 \quad \text{se } A_{i,j} \neq 1$$

$$D_{i,j} = 1 \quad \text{se } A_{i,j} = 1.$$

Si definiscono ancora altre due matrici il cui numero di righe risulterà definito in funzione della precisione che si desidera raggiungere con la simulazione e dell'arco di tempo al quale la si vuole estendere:

$\eta$  dei rapporti:

$$\eta_{j,k} = \frac{p_j^k}{p_j^0} \quad \text{con } k = 1, 2, 3, \dots$$

tra la portata  $p$  al tempo  $t_k$  e la portata  $p$  al tempo  $t_0$  (il numero di colonne sarà ovviamente eguale ad  $N$ );

$\nu$  dei rapporti:

$$\nu_{i,k} = \frac{Q_i^k}{Q_i^0} \quad \text{con } k = 1, 2, 3, \dots$$

tra le portate  $Q$  al tempo  $t_k$  e le stesse al tempo  $t_0$ , (ovviamente le colonne saranno  $M$ ).

Le altre matrici e convenzioni, che saranno necessarie per lo sviluppo del procedimento di simulazione che si propone, verranno definite di volta in volta.

### 3 - Richiami sul metodo di verifica adottato

Si opera numerando i nodi in maniera tale che si possa scomporre la matrice  $A^*$  ed i vettori ad  $M$  elementi tramite una linea orizzontale. Gli elementi al di sopra della linea sono relativi ai nodi reali della rete, quelli al di sotto a serbatoi con quota piezometrica nota; le due sottomatrici risultanti si indicheranno, quella di sopra, con il simbolo senza asterisco e, l'inferiore, con lo stesso simbolo privo di asterisco e con indice  $n$ .

L'equazione di continuità è espressa dalla

$$\left\| \frac{Q}{Q_n} \right\| + \left\| \frac{A}{A_n} \right\| q = 0 \quad (4)$$

e, tenuto conto delle definizioni del precedente paragrafo, l'equazione del moto sarà:

$$q = Y h \quad (5)$$

che associata alla sola parte superiore della (4) dà

$$Q + A Y h = 0 \quad (6)$$

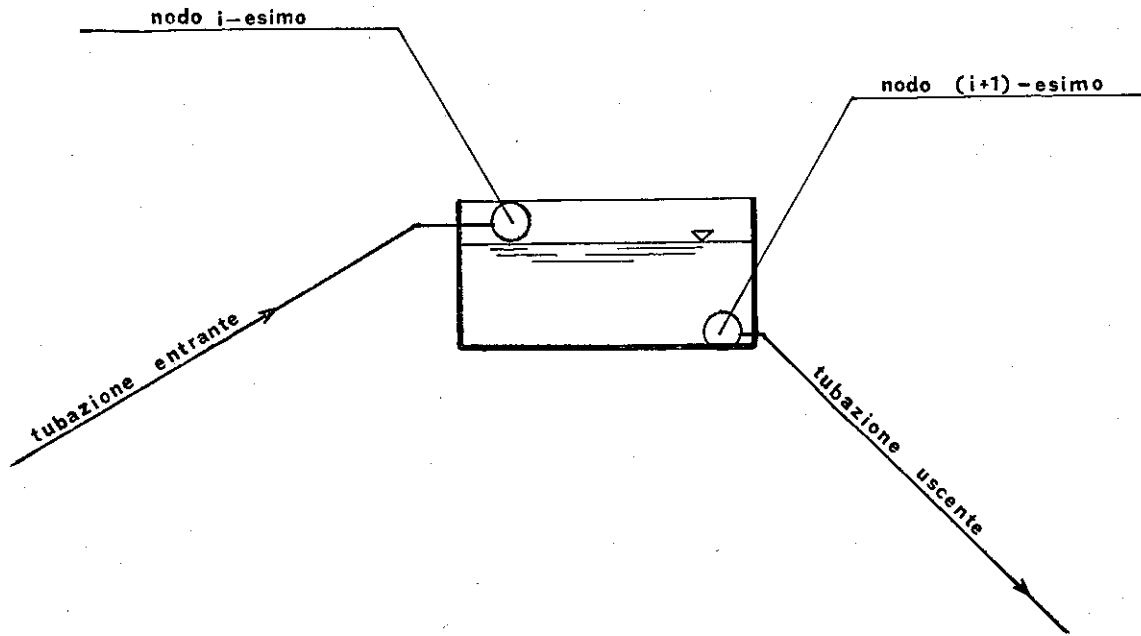


FIG. 1. — Schematizzazione generica di un serbatoio.

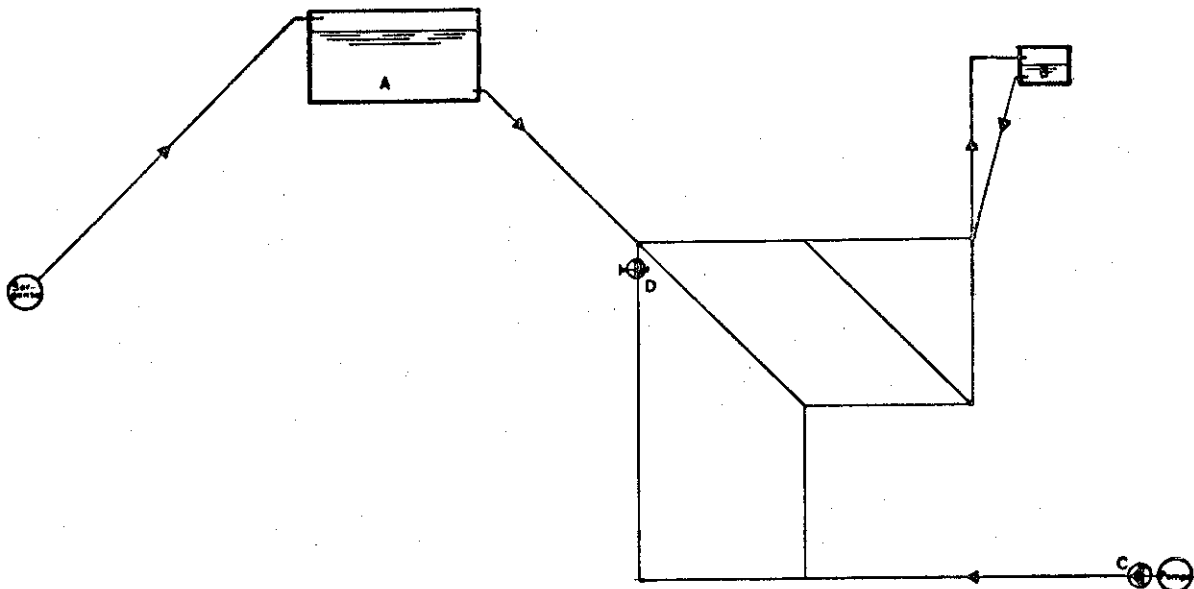


FIG. 2. — Rete schematizzata: *A* serbatoio di compenso giornaliero; *B* serbatoio sussidiario; *C* pompa; *D* valvola riduttrice di carico.

Il vettore  $h$  può esprimersi tramite la:

$$h = A^T H + A_n^T H_n \quad (7)$$

che sostituita nella precedente da la:

$$Q + A Y (A^T H + A_n^T H_n) = 0 \quad (8)$$

che sintetizza un sistema di tante equazioni quante sono le quote piezometriche incognite.

Posto quindi:

$$C = A Y A^T \quad (9)$$

e

$$B = -Q - A Y A_n^T H_n \quad (10)$$

segue la:

$$C H = B \quad (11)$$

dalla quale

$$H = C^{-1} B \quad (12)$$

che risolve il problema.

La (11) è tuttavia solo apparentemente lineare in quanto il vettore dei termini noti  $B$  è funzione di  $h$  ( $H$ ), pertanto la soluzione va cercata per successive approssimazioni partendo da un vettore  $h$  di tentativo che gli A. individuano nell'unitario.

#### 4 - Le modifiche apportate

##### 4.1. - ALLA NUMERAZIONE DEI NODI.

Dovrà essere eseguita con lo stesso criterio già richiamato: gli ultimi ad essere numerati saranno i serbatoi che in generale, ora, non avranno quota piezometrica nota ma variabile in funzione dei carichi idraulici della rete.

Un serbatoio può essere schematizzato, come indicato in fig. 1, tramite due nodi: uno nel punto di arrivo della tubazione e l'altro all'innesto della tubazione in uscita.

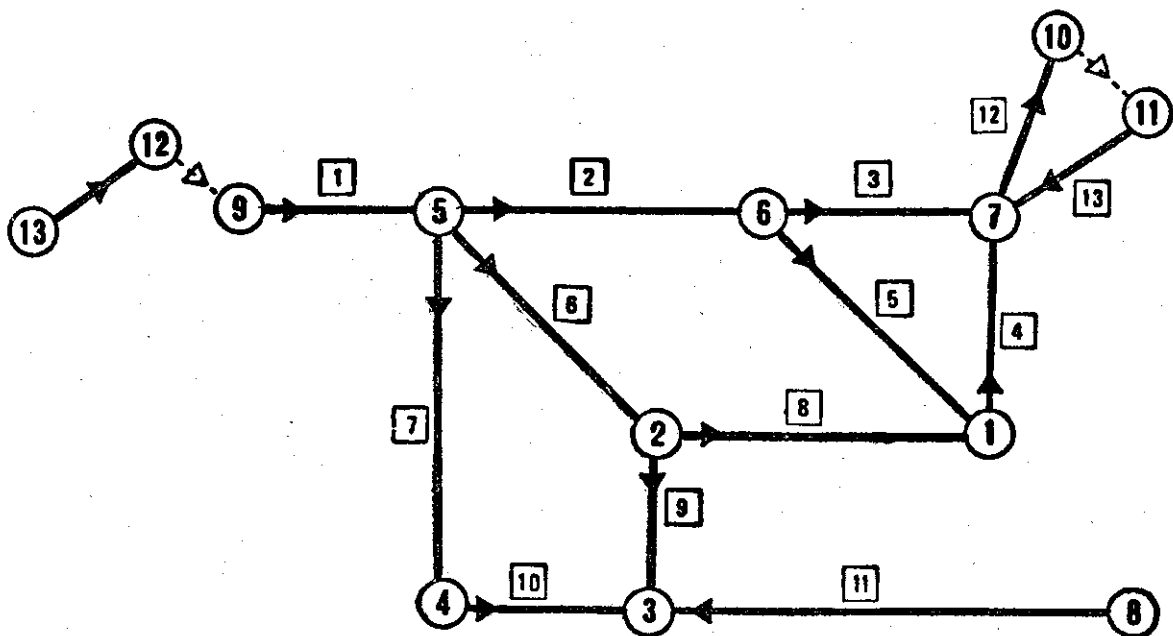


FIG. 3. — Grafo schematizzante la rete di fig. 2.

Il grafo di fig. 3 e la matrice topologica di tab. I mostrano i criteri adottati per la numerazione e l'individuazione della rete di fig. 2 (tratta dal lavoro di CURTO *ed al.* già citato e modificata ai nostri fini).

Si fa sin da ora notare che il numero delle colonne della matrice topologica, come alcuni suoi valori, potranno variare nelle diverse configurazioni che di volta in volta assumerà il sistema a seconda dei valori delle quote piezometriche in alcuni particolari nodi.

TABELLA I

*Topologia di base*

aste nodi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	0	0	1	-1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	-1	0	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	1	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
5	-1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
6	0	-1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1

## 4.2. - AGLI ALGORITMI.

a) *Erogazione d'acqua lungo il percorso (uniformemente su ciascun lato della rete).*

L'equazione di continuità si modificherà, di conseguenza nella:

$$\left\| \frac{Q}{Q_n} \right\| + \left\| \frac{A}{A_n} \right\| q + \left\| \frac{D}{D_n} \right\| G = 0 \quad (13)$$

mentre l'equazione del moto può (\*) essere posta nella forma:

$$q = Y h - 0.55 G \quad (14)$$

b) *Perdite di carico concentrate.*

L'equazione di continuità sarà ancora espressa dalla (13). Il vettore  $h$ , delle perdite di carico negli archi, sarà dato dalla:

$$h = A^T H + A_n^T H_n + E \quad (15)$$

(\*) Si è qui accettata l'usuale (p. es. SCIMEMI 1964) approssimazione degli Idraulici che valuta le perdite di carico tramite la

$$h_j = b_j L_j \frac{q_j^{*n}}{d_j^n}$$

dove

$$q_j^* = q_j + 0.55 p_j L_j$$

ne segue che la legge del moto diventa la:

$$q = Y (A^T + A_n^T H_n + E) - 0.55 G \quad (16)$$

che sostituita nella (13) porta alla:

$$H = C^{-1} B \quad (17)$$

dove si è posto:

$$C = A Y A^T \quad (18)$$

e

$$B = A G - D G - Q - A Y (A_n^T H_n + E) \quad (18')$$

La (16) presuppone che, qualunque sia il verso del flusso nei lati della rete, si abbia comunque perdita concentrata. Tuttavia non sempre la perdita di carico è bilaterale (cioè indipendente dal verso del flusso), infatti il comportamento del meccanismo che provoca la perdita di carico può essere diverso a seconda della direzione del flusso e ciò a causa della natura dello strumento adottato. Se il meccanismo non è bilaterale occorrerà verificare che, nei lati ove sussistano tali strumenti riduttori di carico, il flusso abbia il verso coincidente con quello previsto per la validità della (15).

Nel caso opposto occorrerà modificare opportunamente il vettore  $E$ . Scelto a priori come positivo nel lato  $j$ -esimo il verso favorevole al verificarsi della perdita di carico, l'eventualità di dover modificare il vettore  $E$  nella sua componente  $j$ -esima è che:

$$q_j < 0 \quad (20)$$

La modifica da apportare alla componente  $E_j$ , in questo caso, è legata al comportamento della particolare valvola regolatrice di carico installata nel  $j$ -esimo lato. Si osserva però che di norma una perdita di carico concentrata (ovviamente tale da essere tenuta in conto in modo esplicito, come qui si suppone) può essere presente solo in tratti di rete a flusso univocamente definito. Ciò rende pressochè improbabile l'eventualità che si debba modificare il vettore delle  $E$  in qualche sua componente.

### c) Immissione di acqua nella rete tramite pompe.

La presenza di una pompa, come nel caso del nodo 8 di fig. 2, che immette direttamente da una fonte (nella accezione più ampia del termine) acqua nella rete, presuppone che nella tubazione di collegamento dalla pompa alla rete ed in prossimità della prima la portata fluente sia concorde col verso prefissato. Nel caso che non lo fosse si avrebbe flusso dalla rete alla pompa. Tale ipotesi è interdetta dalla valvola di ritegno che provoca una sconnessione tra nodo e rete.

La quota piezometrica nota del nodo  $i$ , che sintetizza la pompa, è pari a:

$$z_i + M$$

con  $z_i$  quota geodetica della pompa sul piano di riferimento;

$M$  prevalenza della pompa espressa in colonna d'acqua.

Rimane valida la (17) purchè, detto  $i-1$  il nodo connesso direttamente, tramite l'arco  $j$ , con l' $i$ -esimo, non si verifichi:

$$H_{i-1} > H_i \quad (20)$$

e contemporaneamente:

$$\left| \frac{q_j}{p_j} \right| > L_j \quad (21)$$

in tal caso occorrerà porre:

$$A_{ij} = 0 \quad (22)$$

che traduce nel modello il comportamento della valvola di non ritorno.

d) Nelle reti, oltre ai serbatoi di carico quali quelli schematizzati con i nodi 9 e 13 di fig. 2, possono sussistere dei serbatoi sussidiari collegati direttamente alla rete distributiva (vedi serbatoio sintetizzato nei nodi 10 ed 11 della stessa).

Detti ora  $j$  e  $j + 1$  gli archi che collegano rispettivamente il nodo  $i + 1$  ed  $i + 2$  di fig. 4 con il nodo  $i$  e tenuto presente che:

$H_{i+1}$  è fissato dalla geometria del sistema (quota di sbocco della tubazione adduttrice al serbatoio, riferita al piano  $z = 0$ ); ed

$H_{i+2}$  è variabile col tempo, ma diventa costante (cioè indipendente dalle altre  $H$ ), per un tempo fissato, in quanto dipende solamente da eventi precedenti, ed inoltre che il suo valore verificherà la:

$$H_{i+1} - c \geq H_{i+2} \quad (23)$$

(dove  $c$  è il franco tra lo scarico di troppo pieno e la posizione del tubo di alimentazione) e se:

$$H_i < H_{i+1} \quad (24)$$

dovrà risultare verificata anche la:

$$H_{i+2} \geq H_i \quad (25)$$

segue che non fluirà mai contemporaneamente acqua negli archi  $j$  e  $j + 1$ . Infatti se:

$$H_i > H_{i+1} \quad (26)$$

fluirà acqua nel lato  $j$ , viceversa se

$$H_{i+2} > H_i \quad (27)$$

fluirà acqua nel lato  $j + 1$ .

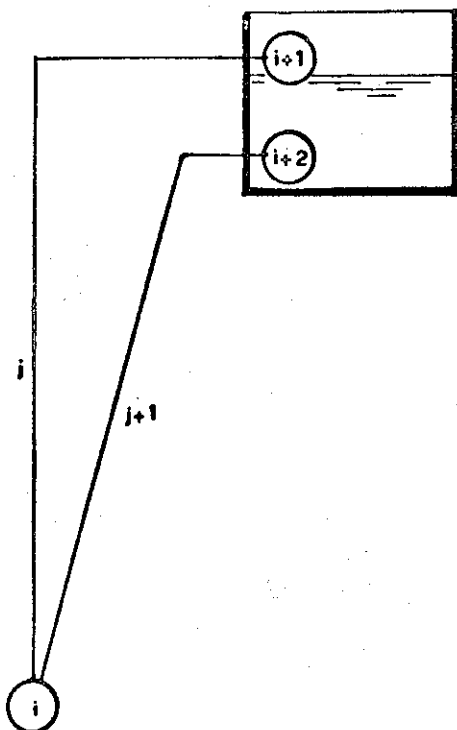


FIG. 4. — Schematizzazione di un serbatoio sussidiario di rete (il nodo  $i$  è connesso direttamente alla rete distributiva).

Se poi:

$$H_{i+2} < H_i \leq H_{i+1} \quad (28)$$

non fluirà acqua né in  $j$  né in  $j + 1$ .

Tale comportamento si traduce, nel modello, in uno scambio od in un'eliminazione di colonne della matrice topologica.



## e) introduzione della variabile temporale.

Alcune delle variabili considerate nella (17) come indipendenti sono, in realtà, funzioni del tempo. Queste si dividono in due categorie, quelle dipendenti solo dal tempo e quelle dipendenti dal tempo tramite il valore assunto precedentemente dalle altre variabili.

Del primo gruppo fanno parte:

- il vettore delle  $Q$ ;
- il vettore delle  $\phi$ .

Queste due variabili possono, in generale, una volta eseguita una discretizzazione temporale con passo  $\Delta t$ , essere espresse tramite le:

$$Q_i^t = v_{i,n} Q_i^0$$

$$\phi_j^t = \eta_{j,n} \phi_j^0$$

come già indicato nel paragrafo 2.

In casi particolarmente semplici, ove cioè possa ipotizzarsi che la variazione dei consumi avvenga in modo uniforme su tutta la rete, avremo

$$v_{i,n} = \eta_{j,n} = \mu_n$$

qualunque siano  $i$  e  $j$ .

Al secondo gruppo appartengono alcuni valori di  $H_n$ , precisamente quelli in uscita dai serbatoi. Questi valori possono essere determinati applicando l'equazione di continuità, scritta per i serbatoi, alle differenze finite ed in forma esplicita nell'ipotesi che questi siano cilindrici, a generatrici verticali e la cui sezione orizzontale abbia area  $S_{i+2}$ . Con riferimento alla fig. 4, avremo pertanto:

$$H_{i+2}^t = H_{i+2}^{t-1} + \frac{\Delta t}{S_{i+2}} \left[ q_j^{t-1} + \phi_j^{t-1} L_j - (q_{j+1}^{t-1} + \phi_{j+1}^{t-1} L_j) \right] \quad (29)$$

che dovrà verificare la (23) ed inoltre la:

$$H_{i+2}^t \cong \hat{H}_{i+2} \quad (30)$$

dove con  $\hat{H}_{i+2}$  si è indicata la quota geodetica del fondo del serbatoio (dal piano  $z = 0$ ).

Il non verificarsi della (30) corrisponde allo svuotamento del serbatoio e diventa praticamente incalcolabile l'effettivo valore di  $H_{i+2}^t$  in quanto l'estensione dell'equazione di continuità alla tubazione ha scarso significato e può portare ad errori molto grandi.

Pertanto in tale caso si potrà porre:

$$H_{i+2}^t = H_i^t \quad (31)$$

(che equivale a supporre nel lato  $j + i$ -esimo condizioni idrostatiche) oppure

$$H_{i+2}^t = \hat{H}_{i+2} \quad (31')$$

(che equivale a fissare un livello minimo al serbatoio coincidente col piano del fondo).

Se invece non risulterà verificata la (23) occorrerà porre:

$$H_{i+2}^t = H_{i+1} - c \quad (32)$$

e contemporaneamente

$$A_{i+1,j} = 0 \quad (33)$$

## 5 - L'organizzazioni dei calcoli

Da quanto precedentemente visto si constata che in un processo di simulazione si è in presenza costante di due diverse topologie (peraltro mai coincidenti):

a) una di base che memorizza l'effettiva rete dell'acquedotto indipendentemente dalle sue condizioni fisiche di funzionamento (cioè che possiede p. es. sia gli elementi del lato  $j$  che quelli del lato  $j + 1$  della fig. 4);

b) ed una variabile a seconda delle particolari condizioni di flusso nella rete, che verrà di volta in volta dedotta dalla precedente.

Dopo ogni risoluzione della (17) occorrerà poi verificare che questa sia compatibile con le (20), (21), (22), (23), (30) e, a seconda della topologia sulla cui base è stata risolta, con le (26), (27) o (28).

Se tale verifica non sarà positiva in ogni sua parte occorrerà apportare le modifiche del caso (variando la topologia) cioè una o più delle (22) o (31) o (31') o (32) e (33), e quindi risolvere nuovamente la (17).

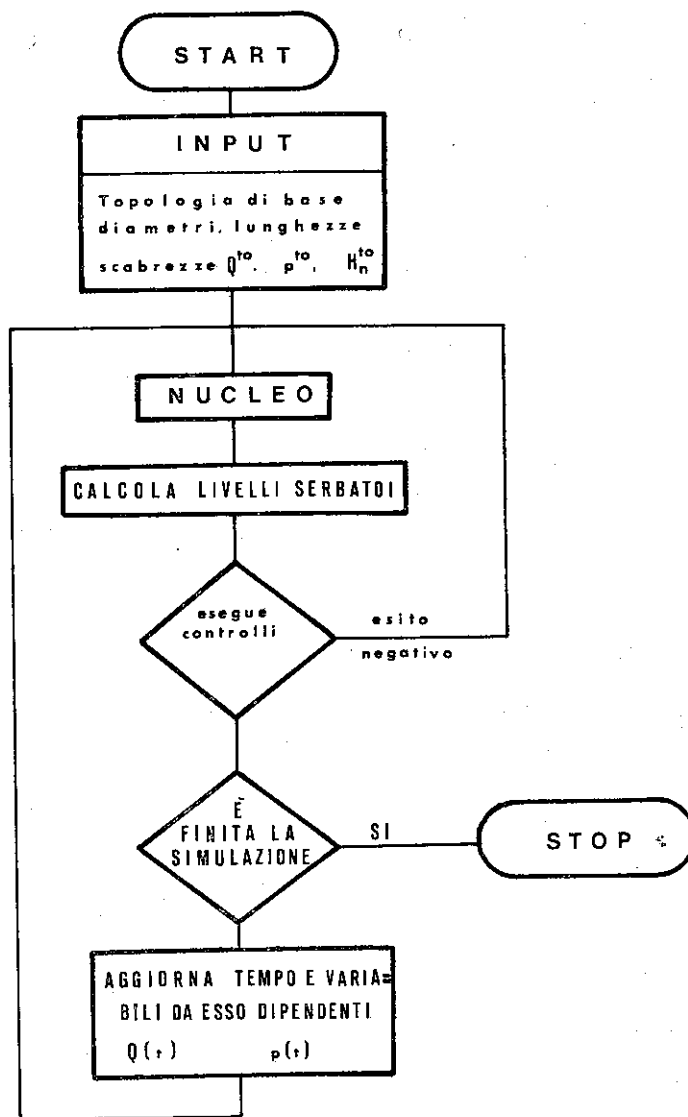


Fig. 5. — Schema logico del processo di simulazione.

Solo dopo aver ottenuto una soluzione compatibile con i vincoli potrà essere incrementato il tempo. Il procedimento è cioè quello dello schema di fig. 5.

La (29), cioè l'equazione di continuità del serbatoio (alle differenze finite), comporta l'utilizzo di intervalli di tempo  $\Delta t$  sufficientemente piccoli e cioè almeno di un ordine di grandezza inferiore al « ciclo del serbatoio ». I tentativi eseguiti con  $\Delta t$  pari ad un'ora hanno dato buoni risultati.

Sostanzialmente l'equazione matriciale (17) non differisce, da un punto di vista numerico, dalla (11) e pertanto è possibile ottenere la soluzione con gli stessi metodi indicati per quest'ultima.

È però anche possibile applicare alla (17), e quindi alla (11), metodi iterativi abbastanza veloci quali il Gauss-Seidel e derivati (rilassamento, surperrilassamento, overlappazione,...) che, pur avendo, notoriamente lo svantaggio, rispetto ai metodi diretti (quali l'eliminazione), di una maggiore lentezza, hanno tuttavia il pregio di permettere una migliore utilizzazione della memoria dell'elaboratore.

La matrice  $C$  della (17) è infatti a diagonale principale dominante <sup>(2)</sup> come necessario per l'applicazione dei metodi citati.

### 6 - Conclusioni

Il modello proposto può essere convenientemente utilizzato nella gestione delle reti idriche. Queste, anche se ben progettate, si manifestano spesso deficitarie nei confronti della richiesta idrica in alcune zone del centro urbano servito (se non su tutta la rete) ed in alcune ore (di punta), e, pur essendo spesso possibili manovre e gestioni diverse che permetterebbero di migliorare la distribuzione, queste non sono conosciute o meglio non è conosciuta l'effettiva risposta che « il sistema » distributivo dà ad una certa manovra.

Quanto sopra è essenzialmente dovuto al fatto che i Gestori degli Acquedotti non sono in generale in grado di controllare l'andamento delle portate e delle pressioni per l'intera rete, ma solo di conoscere la pressione in alcuni punti.

Utilizzando il modello di simulazione ora proposto possono essere risolti almeno in parte i problemi su accennati, permettendo una effettiva gestione dell'acquedotto.

Evidentemente per ottenere dal modello dei buoni risultati occorrerà che questo venga tarato e cioè che, sulla base di alcune misure sperimentali, vengano valutati i coefficienti  $b_j$  più opportuni da introdurre nel calcolo del vettore  $y_j$ , inoltre che si possa conoscere con sufficiente precisione:

a) la distribuzione della richiesta di acqua nelle varie zone e nelle varie ore della giornata (queste grandezze possono essere stimate con sufficiente precisione, tramite ad esempio, una indagine per campione integrata dai rilievi delle fatturazioni);

b) i valori delle  $H_n$  all'istante di inizio della simulazione.

<sup>(2)</sup> Che la matrice  $C$  di ordine  $M^* \times M^*$  (con  $M^*$  numero dei nodi a piezometrica incognita, pari quindi al numero di righe della parte superiore della matrice  $A$ ), detti  $i$  e  $k$  rispettivamente i suoi indici di riga e di colonna, verifichi la

$$|c_{ii}| \geq \sum_{\substack{K=1 \\ K \neq i}}^N |c_{ik}| \quad (I)$$

è immediato. Infatti eseguiti i prodotti di cui alla prima delle (18) avremo

$$c_{ii} = \sum_{j=1}^N A_{ij}^2 Y_{jj} \quad (II)$$

$$\sum_{\substack{K=1 \\ K \neq i}}^{M^*} c_{ik} = \sum_{\substack{K=1 \\ K \neq i}}^{M^*} \sum_{j=1}^N A_{ij} A_{kj} Y_{jj} \quad (III)$$

Tenuto conto che qualora

$$A_{ij} \neq 0 \quad \text{sarà} \quad A_{ij} = \pm 1$$

e che in ciascuna colonna della matrice  $A^*$  esisteranno al più due soli elementi  $A_{ij} \neq 0$ , segue

$$\sum_{j=1}^N \left| \sum_{\substack{K=1 \\ K \neq i}}^{M^*} A_{ij} A_{kj} Y_{jj} \right| \leq \sum_{j=1}^N \left| A_{ij}^2 Y_{jj} \right| \quad (IV)$$

che confrontata con la (II) e la (III) dà la (I).

## BIBLIOGRAFIA

- ARTINA, S.: *The use of mathematical programming techniques in designing Hydraulic Networks*. « Meccanica », Settembre 1973.
- CEMBROWICZ, R. G. & HARRINGTON, J. J.: *Capitol Cost Minimitation of Hydraulic Network* Jr HY, 3 (ASCE), 1973.
- CENEDESE, A. & MELE, P.: *Un metodo per il dimensionamento diretto delle reti idriche a maglie*. XV Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Roma 1976.
- CHANDRASHEKAR, M. & STEWART, K. H.: *Sparsity oriented analysis of large pipe networks*. Jr. HY 4 (ASCE), 1975.
- CURTO, C., CUSIMANO, M & NOBILI, G.: *Un nuovo procedimento di calcolo automatico per la verifica delle reti idrauliche in pressione*. XV Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Roma 1976.
- DEB, A.K. & SARKAR, A.: *Optimitation in Design of Hydraulic Network*. Jr SA, 2 (ASCE), 1971.
- KEVASAN, H. K. & CHANDRASHEKAR, M.: *Graph-Theoretic models for pipe network analysis*. Jr. HY, 2 (ASCE), 1972.
- IANELLI, G.: *La verifica delle reti di distribuzione di fluidi incomprimibili. Applicazioni delle calcolatrici elettroniche*. « Ingegneri », n. 19, 1963.
- IANELLI, G.: *Elementi e dati per il proporzionamento delle reti di distribuzione*. « Ingegneria Sanitaria », n. 4, 1967.
- JACOBY, L. S.: *Design of optimal Hydraulic network*. Jr. HY, 3 (ASCE), 1968.
- LAM, C. F. & WOLLA, M.L.: *Computer analysis of water distributions sustems. part I: formulation of equations, HY, 2. Part. II: numerical solution, HY, 3 (ASCE), 1972.*
- LAM, C.F.: *Discrete Gradient Optimization of Water Systems*. HY, 6 (ASCE), 1973.
- SCIMEMI, E.: *Compendio di Idraulica*. Cedam, Padova 1964.
- TONG, A. L. and al.: *Analysis of Distribution Networks Balancing Equivalent Pipe Lenghts*. Jr. of A.W.W.A. Vol. 53 n. 2, 1961.